

Eine Folgeaufnahme einer Betriebsinventur als zweiphasige Stichprobe zur Stratifizierung

(Mit 2 Abbildungen)

Von A. NOTHDURFT^{1),✉}, J. BORCHERS²⁾, P. NIGGEMEYER²⁾, J. SABOROWSKI³⁾ und G. KÄNDLER¹⁾

(Angenommen Juni 2008)

SCHLAGWÖRTER – KEY WORDS

Betriebsinventur; Zweiphasige Stichprobe zur Stratifizierung.

((englische Keywords fehlen)).

1. EINLEITUNG

In einem süddeutschen Privatforstbetrieb mit erwerbswirtschaftlicher Zielsetzung wurde im Jahr 1998 erstmalig eine Betriebsinventur durchgeführt. In Baden-Württemberg werden bei Betriebsinventuren die terrestrisch zu erhebenden Stichproben grundsätzlich in einem regelmäßigem Raster von 100 m x 200 m angelegt. Aufgrund der Größe des Forstbetriebs wurden die Kosten, die mit dieser Aufnahmeintensität verbunden wären als nicht tragbar beurteilt. Aus diesem Grund sollten schon damals nur so viele Stichproben gezogen werden, wie sie erforderlich waren, um die zuvor bestimmten Genauigkeiten für die Mittelwertschätzungen von Zielvariablen gerade zu erreichen. Für den gesamten Forstbetrieb lagen Bestandesinformationen vor, die im Zuge der luftbildunterstützten Forsteinrichtung aus dem Jahre 1993 ermittelt worden waren. Die Waldbestände wurden anhand der Forsteinrichtungsdaten in 9 verschiedene Straten eingeteilt, abhängig davon, ob Nadelholz oder Laubholz dominierte und wie alt der Bestand im Durchschnitt war. Auf der Basis der Forsteinrichtungsdaten wurden die Varianzen der Zielvariablen geschätzt. Die Aufteilung der terrestrisch zu erhebenden Punkte erfolgte damals in zwei Schritten. Zunächst wurde ein 100 m x 200 m-Grundraster über den gesamten Forstbetrieb gelegt. Für jedes Stratum wurde darüber hinaus ein eigenes systematisches Stichprobenraster angelegt, das jeweils eine Untermenge des Grundrasters darstellte und durch das der anzustrebende Stichprobenumfang für die zuvor geforderten Genauigkeiten erfüllt werden sollte.

Schon kurze Zeit nach der Erstinventur wurde der Forstbetrieb im Dezember 1999 ein Opfer großer Sturmschäden durch den Orkan „Lothar“. Die Ergebnisse der Betriebsinventur aus dem Jahr zuvor waren damit auf einem Schlag nicht mehr aussagekräftig. Die Betriebsleitung entschloss sich daher, eine Wiederholungsinventur mit vertretbarem Aufwand durchzuführen.

Hierfür wurden zunächst die flächigen Sturmschäden mittels terrestrischer Erhebungen der Revierleiter digital kartographiert. Sturmwürfe wurden anhand der beiden Kategorien „Einzelwurf“ und „Flächenwurf“ aufgenommen. Somit konnte für die veränderte Bestockungssituation eine aktualisierte Stratenflächenausweisung vorgenommen werden. Sämtliche Stichprobenpunkte wurden dann erneut von Aufnahmetrupps aufgesucht. Die vom Sturm betroffenen Stichprobendaten wurden aktualisiert, indem die geworfenen Bäume aus den Erfassungsdaten der ersten Inventur gelöscht wurden. Außerdem wurden nach der Stratifizierung im notwendigen Umfang Ersatzpunkte zufällig ausgewählt und neu aufgenommen. Für nicht vom Sturm betroffene Stichproben wurden die Durchmesser und Höhen der verbleibenden Bäume mit Regressionsmodellen um zwei Jahre fortgeschrieben.

Im Jahr 2008 soll im Forstbetrieb nach Ablauf von 10 Jahren eine Folgeaufnahme der Betriebsinventur durchgeführt werden. Der Forstbetrieb gliedert sich in 6 Forstreviere, die hier aufgrund der dezentralen Betriebsführungsphilosophie als Verantwortungsberei-

¹⁾ Forstliche Versuchs- und Forschungsanstalt Baden-Württemberg, Abteilung Biometrie und Informatik, Postfach 708, 79007 Freiburg

²⁾ Büro für Managementconsulting, Gnadalentalstraße 16, 78166 Donaueschingen

³⁾ Universität Göttingen, Institut für Ökoinformatik, Biometrie und Waldwachstum, Büsgenweg 4, 37073 Göttingen

✉) Korrespondierender Autor: ARNE NOTHDURFT. Tel.: +0761-4018-195, Fax: +0761-4018-333. E-mail: arne.nothdurft@forst.bwl.de

che (VB) bezeichnet werden. Die Betriebsleitung formulierte die gleichen Fehlergrenzen wie bei der Erstinventur; unter 5% für die Baumartengruppen Fichte/Tanne bzw. Hartlaubholz mit einem BHD von über 30 cm und unter 10% für Bäume der gleichen Baumartengruppen mit einem BHD kleiner oder gleich 30 cm. Im Unterschied zur Erstinventur sollten diese Fehlergrenzen aber nunmehr auf VB-Ebene realisiert werden. Gleichzeitig sollten die notwendigen Stichprobenumfänge und die resultierenden Kosten kritisch gewürdigt und die Genauigkeitsansprüche gegebenenfalls angepasst werden.

Die forstlich bedeutenden Merkmale, wie z.B. der Vorrat je ha oder die Stammzahl je ha unterliegen einer hohen Variation innerhalb eines Forstbetriebes. Dadurch weisen die Mittelwertschätzungen aus einfachen Zufallsstichproben große Varianzen auf (SCOTT und KÖHL, 1994). Mit stratifizierten Stichproben können die Varianzen innerhalb homogener Teilmengen der Population verkleinert werden und die Effizienz der Mittelwertschätzungen erhöht werden (SABOROWSKI und CANCINO, 2007). WOLFF (1962) stratifiziert die einzelnen Waldbestände anhand von Luftbildern für eine einphasige Zufallsstichprobe. Er leitet eine optimale Verteilung der Stichprobenumfänge bei festen Kosten über die varianzproportionale Neymann-Allokation (bei SÄRNDAL et al., 1992, S. 106) her. Bei zweiphasigen Stichproben zur Stratifizierung werden zwei aufeinander folgende Stichproben gezogen. In einer ersten Stichprobe werden die Hilfsinformationen gewonnen (SÄRNDAL et al., 1992). Dabei wird kostengünstig anhand von Luftbildern die Zugehörigkeit der Stichprobenelemente punktgenau zu den Straten ermittelt. Das Ziel dieser Stichprobe in der ersten Phase ist die Schätzung der einzelnen Straten-Anteile an der gesamten Population (GREGOIRE und VALENTINE, 2008).

Die Theorie über zweiphasige Stichproben zur Stratifizierung ist ausführlich in den Standardwerken der Stichprobentheorie von COCHRAN (1977) und SÄRNDAL et al. (1992) beschrieben. Mit konkretem Bezug zu Waldinventuren wird dieses Stichprobenverfahren in DE VRIES (1986) und in den moderneren Monographien von GREGOIRE und VALENTINE (2008), sowie MANDALLAZ (2008) behandelt.

Bei der nationalen Forstinventur der Schweiz – Landesforstinventar (LFI) – wird ein zweiphasiges Design angewendet. In Deutschland sind die Waldflächen durch das Liegenschaftskataster genau abgegrenzt; aufgrund der besonderen Topographie ist dieses in der Schweiz nicht möglich. Im Rahmen des LFI werden dort die Stichproben der ersten Phase in zwei Straten, *Wald/Nicht-Wald* eingeteilt (KÖHL, 1994). Waldinventuren werden in der Regel in einem bestimmten Turnus wiederkehrend durchgeführt. SINGH und SINGH (1965) wenden ein zweiphasiges Design zur Stratifizierung bei wiederkehrenden Stichproben an, um die Kokosnussproduktion in Indien zu schätzen. Sie nehmen dabei an, dass die Stichproben jeweils eine unveränderte Zugehörigkeit zu den Straten aufweisen. Veränderungen der Population können jedoch die Effizienz stratifizierter Stichproben herabsetzen (SCOTT, 1986). NOTHDURFT und SABOROWSKI (1999) zeigen anhand einer Modellstudie in einem Niedersächsischen Forstamt, dass die Stratifizierungsergebnisse einer Dynamik unterliegen und dass bei Annahme konstanter Allokation und konstanter Phase-II-Umfänge bei Folgeaufnahmen rund 6% der terrestrisch zu erhebenden Stichproben neu aufzunehmen bzw. aufzugeben sind. Basierend auf Regressionen entwickeln SCOTT und KÖHL (1994) Schätzer für die Veränderung von Merkmalen bei Folgeaufnahmen zweiphasiger Stichproben zur Stratifizierung.

Bei einer hierarchisch gruppierten Struktur der Population wird häufig ein zweistufiger Stichprobenansatz gewählt. Die Stichprobenelemente liegen dann geclustert in Gruppen vor. Das primäre Ziel zwei- oder mehrstufiger Stichproben ist die Minimierung der Fahrtkosten zwischen den Stichprobenelementen. Dieses soll durch die Gruppierung in Cluster erreicht werden. Fast immer sind die gestuften Stichproben den ungestuften in der Präzision unterlegen.

Eine heuristische und plausible Erklärung dafür ist, dass die Stichproben aus einem gemeinsamen Cluster ähnlicher zueinander sind als Stichproben, die unabhängig aus der gesamten Population ausgewählt werden (GREGOIRE und VALENTINE, 2008). Wenn neben dem hier betrachteten Forstbetrieb noch weitere Betriebe in einer gemeinsamen Waldinventur beprobt werden sollten, dann könnte eine gruppierte Verteilung der Stichprobenelemente in den einzelnen Revieren (Verantwortungsbereichen) zur Minimierung der gesamten Fahrkosten sinnvoll sein.

Während in dem hier behandelten Forstbetrieb die erste Erhebung noch aufgrund von recht groben und unsicheren Forsteinrichtungsdaten für die Waldbestände konzipiert werden musste, stehen nun die Messdaten der Erst- bzw. Aktualisierungsinventur aus den Jahren 1998/2000 für eine Optimierung des Designs der Folgeaufnahme zur Verfügung. Für den Forstbetrieb liegen überdies Farbluftbilder von Befliegungen aus den Jahren 2005 und 2006 vor. Die Folgeinventur soll auf der Grundlage dieser Informationsbasis als zweiphasige Stichprobe zur Stratifizierung vorgenommen werden, ähnlich dem Ansatz der Niedersächsischen Betriebsinventur (BÖCKMANN et al., 1988).

In der ersten Phase werden dafür Stichprobenpunkte in einem dichten systematischen Grundraster mit den Kantenlängen von 100 x 200 m zwischen den Gitterpunkten über den Forstbetrieb ausgelegt. Diese enthalten die bestehenden terrestrischen Punkte als eine Untermenge. Anhand der Daten der wiederholten Erstinventur lassen sich in den einzelnen Straten die Mittelwerte und deren Varianzen für die Zielmerkmale schätzen. Im Zuge der Optimierung sollen dann die Anteile der Phase-I-Stichprobenumfänge ermittelt werden, die dann tatsächlich in der zweiten Phase terrestrisch aufgenommen und mit denen die zuvor geforderten Genauigkeiten der Zielmerkmale erreicht werden sollen.

Diese neue Konzeption der Folgeinventur wird im Rahmen eines Forschungsprojektes an der Forstlichen Versuchs- und Forschungsanstalt Baden-Württemberg durchgeführt. Bei den gegenwärtigen Betriebsinventuren der Landesforstverwaltung Baden-Württemberg werden die Stichprobenpunkte streng in einem systematischen Raster mit generell 100 m x 200 m Kantenlänge zwischen den Gitterpunkten angelegt. In diesem Projekt soll geprüft werden, inwieweit sich bei vorgegebenen Genauigkeitsansprüchen für bestimmte Zielvariablen die Stichprobenumfänge und damit auch die gesamten Kosten der Inventuren reduzieren lassen. Außerdem soll erprobt werden, ob die erhöhten Aufwendungen für die administrativen Arbeiten und vor allem für die Phase-I-Stratifizierung durch Luftbildinterpretation tragbar sind.

2. METHODE

Mit der Stratifizierung soll eine Homogenisierung der Zufallsvariablen angestrebt werden. Die Varianzen innerhalb der Straten sollen im Vergleich zu denen zwischen den Straten möglichst klein sein. In Anlehnung an die Vorinventur werden aus den Merkmals-Kombinationen der dominierenden Baumartengruppe und der vorherrschenden Altersklasse die folgenden $L = 9$ Straten definiert:

1 Lbh 0–40 Jahre, 2 Lbh 40–80 Jahre, 3 Lbh 80–120 Jahre, 4 Lbh >120 Jahre, 5 Ndh 0–30 Jahre, 6 Ndh 30–50 Jahre, 7 Ndh 50–80 Jahre, 8 Ndh 80–120 Jahre, 9 Ndh >120 Jahre.

Zunächst wird in der ersten Phase ein dichtes und regelmäßiges Stichproben-Raster über den Forstbetrieb gelegt. Die Kantenlängen der Rasterelemente sollen in Ost-West-Richtung $r_r = 100$ m und in Nord-Süd-Richtung $r_h = 200$ m betragen. Dann sind mit m' die Anzahl Phase-I-Punkte bekannt, die in Holzbodenflächen des Forstbetriebes fallen. Nach der Prästratifizierung ist bekannt, wie sich die Phase-I-Stichproben auf die Straten $h = 1, \dots, L$ verteilen. Im Forstbetrieb werden die einzelnen Waldbestände aus Gründen der Kosteneinsparung weder analog noch digital als kartographische Einheiten administriert. Die relativen Größen

$$\Omega_h = \frac{N_h}{N} = \frac{F_h}{F} \quad (1)$$

wobei $F = \sum_{h=1}^L F_h$ und $N = \sum_{h=1}^L N_h$

der L Straten, die in den bekannten Formeln zu zweiphasigen Stichproben auftreten, sind unbekannt.

Allerdings können sie durch

$$\hat{\Omega}_h = \omega_h = \frac{n'_h}{n'} = \frac{n'_h}{\sum_{h=1}^L n'_h} \quad (2)$$

erwartungstreu geschätzt werden.

Der Mittelwert einer beliebigen Zufallsvariablen wird dann im gesamten Forstbetrieb geschätzt durch:

$$\hat{\bar{y}} = \sum_{h=1}^L \omega_h \hat{y}_h \quad (3)$$

Darin ist \hat{y}_h der geschätzte Mittelwert im Stratum h , der wegen konstanter Auswahlwahrscheinlichkeit innerhalb eines Stratums über

$$\hat{y}_h = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi} \quad (4)$$

geschätzt werden kann, und y_{hi} ist die Beobachtung für das interessierende Merkmal an der i -ten Phase-II-Stichprobe im Stratum h .

Einsetzen von Gleichung (4) in Gleichung (3) erzielt:

$$\begin{aligned} \hat{\bar{y}} &= \sum_{h=1}^L \omega_h \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi} \\ &= \frac{1}{n'} \sum_{h=1}^L \frac{n'_h}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi} \\ &= \frac{1}{n'} \sum_{h=1}^L \frac{1}{\nu_h} \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi} \end{aligned} \quad (5)$$

Letztendlich ist von Interesse, wie groß der Anteil Phase-II-Punkte im Stratum h (n_h) bei gegebenen Phase-I-Umfang des Stratums (n'_h) sein muss, um die geforderten Genauigkeitsansprüche zu erzielen. Das heißt wieviele der Phase-I-Punkte müssen tatsächlich als Phase-II-Punkt terrestrisch erfasst werden; also wie hoch sollen die Anteile $\nu_h = n_h/n'_h$ sein. Für diese Aufgabe wird zunächst ein Varianz-Schätzer für die Mittelwertschätzungen benötigt.

COCHRAN (1977, S. 328, Gleichung 12.3) gibt mit

$$Var(\hat{\bar{y}}) = S^2 \left(\frac{1}{n'} - \frac{1}{N} \right) + \sum_{h=1}^L \frac{\Omega_h S_h^2}{n'} \left(\frac{1}{\nu_h} - 1 \right) \quad (6)$$

einen Ausdruck für die Varianz der Mittelwertschätzung einer beliebigen Zufallsvariable Y an. Dabei ist S^2 die Populationsvarianz.

Eine Approximation gibt COCHRAN (1977) mit Gleichung 12.16:

$$Var(\hat{\bar{y}}) = \sum_{h=1}^L \frac{\Omega_h S_h^2}{n_h} + \frac{N - n'}{n' (N - 1)} \sum_{h=1}^L \Omega_h (\bar{Y}_h - \bar{Y})^2 \quad (7)$$

Mit der Annahme, dass die Phase-I-Stichprobe vernachlässigbar klein im Vergleich zur gesamten Population ist, kann nach SABOROWSKI und DAHM (1997) $\frac{N-n'}{N-1}$ gesetzt werden, so dass sich

$$\begin{aligned} Var(\hat{\bar{y}}) &= \sum_{h=1}^L \frac{\Omega_h^2 S_h^2}{n_h} + \frac{1}{n'} \sum_{h=1}^L \Omega_h (\bar{Y}_h - \bar{Y})^2 \\ &= \frac{1}{n'} \left(\sum_{h=1}^L \frac{\Omega_h S_h^2}{\nu_h} + \sum_{h=1}^L \Omega_h (\bar{Y}_h - \bar{Y})^2 \right) \end{aligned} \quad (8)$$

ergibt.

Als Schätzer für Ω_h wird ω_h verwendet; \bar{Y}_h wird aus Gleichung (4) geschätzt und \bar{Y} aus Gleichung (3) bzw. (5).

Die Varianz eines Merkmals innerhalb eines Stratums wird geschätzt mit

$$s_h^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (y_{hi} - \hat{y}_h)^2 \quad (9)$$

Somit ist schließlich der Varianz-Schätzer

$$\hat{V}ar(\hat{\bar{y}}) = \frac{1}{n'} \left(\sum_{h=1}^L \frac{\omega_h s_h^2}{\nu_h} + \sum_{h=1}^L \omega_h (\hat{y}_h - \hat{\bar{y}})^2 \right) \quad (10)$$

Die Gesamtkosten der geplanten Inventur ergeben sich durch

$$C = c' n' + \sum_{h=1}^L c_h n_h = c' n' + n' \sum_{h=1}^L c_h \nu_h \omega_h \quad (11)$$

Nach SABOROWSKI und DAHM (1997) gelangt man zu den optimalen Anteilen aufzunehmender Phase-II Punkte mit

$$\nu_h = \frac{s_h}{n' \sqrt{c_h}} \cdot \frac{\sum_{h=1}^L \omega_h s_h \sqrt{c_h}}{V - \frac{1}{n'} \left(s^2 + \sum_{h=1}^L \omega_h s_h^2 \right)} \quad (12)$$

Die Felderfassungen für die Phase-II-Punkte der Folgeinventur werden durch Unternehmer ausgeführt. Mit diesen ist ein bestimmter Festpreis pro Stichprobenpunkt vertraglich vereinbart, unabhängig davon zu welchem Stratum er gehört. Mit

$$c_h = c_1 = \dots = c_L = c = const \quad (13)$$

können in dem vorliegenden Fall konstante Kosten für die Phase-II-Punkte angenommen werden, und man erhält nach Kürzen

$$\nu_h = \frac{S_h}{n'} \frac{\sum_{h=1}^L \Omega_h S_h}{V - \frac{1}{n'} \left(S^2 + \sum_{h=1}^L \Omega_h S_h^2 \right)} \quad (14)$$

Auf Basis der Streuungserlegung der Varianzanalyse

$$(N - 1) S^2 = \sum_{h=1}^L (N_h - 1) S_h^2 + \sum_{h=1}^L N_h (\bar{Y}_h - \bar{Y})^2 \quad (15)$$

lässt sich durch

$$s^2 = \frac{1}{n' - 1} \left(\sum_{h=1}^L (n'_h - 1) s_h^2 + \sum_{h=1}^L n'_h (\hat{y}_h - \hat{\bar{y}})^2 \right) \quad (16)$$

die Populationsvarianz S^2 schätzen und man erhält als Schätzer für Gleichung (14):

$$\nu_h = \frac{s_h}{n'} \frac{\sum_{h=1}^L \omega_h s_h}{V - \frac{1}{n'} \left(s^2 + \sum_{h=1}^L \omega_h s_h^2 \right)} \quad (17)$$

Hierbei ist V die Höhe der Varianz, die mit dem anzustrebenden Stichprobenfehler verbunden ist.

Für die Folgeinventur sind zunächst durch den Forstbetrieb die anzustrebenden Genauigkeiten von vier Zielvariablen vorgegeben worden, die allesamt den Zustand des Forstbetriebes charakterisieren. In dieser Studie soll das Design für eine Folgeaufnahme einer Betriebsinventur konzipiert werden. Deshalb muss zusätzlich zu den mittleren Vorräten vor allem auch die Veränderung des mittleren Vorrats interessieren. Einschließlich dieses Merkmals werden also insgesamt fünf Variablen bei der Optimierung der Stichprobenumfänge betrachtet. Die Optimierung für mehrere Kriterien kann nur ein *Kompromiss* sein. Während SABOROWSKI und DAHM (1997) eine numerische Lösung zur Kompromiss-Suche anwenden, schlägt Cochran (1977, S. 120) vor, die benötigten Phase-II-Umfänge für die Merkmale zu mitteln d.h. bei gegebenen Phase-I-Umfängen die individuellen Anteile $\nu_{m,h}$ -Anteile über

$$\nu_{comp,h} = \frac{1}{5} \sum_{m=1}^5 \nu_{m,h} \quad (18)$$

zu bestimmen.

Da im untersuchten Forstbetrieb die erste Folgeinventur ansteht, sind die Varianzen der Vorratsänderungen bislang unbekannt. Als Näherung werden deshalb die Varianzschätzungen der Vorratsveränderung aus einem benachbarten Staats-Forstbetrieb verwendet und deren Gültigkeit auch im vorliegenden Forstbetrieb angenommen. Die Stichproben aus dem Staats-Forstbetrieb werden entsprechend ihrer Altersstufenkennung und der Vorrats-Dominanz der entsprechenden Baumartengruppe (Lbh \leftrightarrow Ndh) zum Zeitpunkt der Folgeaufnahme in die bekannten Straten eingeteilt.

Die mittlere Vorratsdifferenz in einem Stratum wird dann geschätzt über:

$$\hat{D}_h = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} D_{hi} = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} (y_{hi}^{(2)} - y_{hi}^{(1)}) = \hat{y}_h^{(2)} - \hat{y}_h^{(1)} \quad (19)$$

Da bei Folgeaufnahmen generell die gleichen Bäume (sofern nicht genutzt oder eingewachsen) an den gleichen Stichproben erneut gemessen werden, wird die Varianz der mittleren Vorratsveränderung geschätzt über:

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{D}_h) &= \text{Var}(\hat{y}_h^{(2)} - \hat{y}_h^{(1)}) \\ &= \text{Var}(\hat{y}_h^{(2)}) + \text{Var}(\hat{y}_h^{(1)}) - 2 \cdot \text{Cov}(\hat{y}_h^{(2)}, \hat{y}_h^{(1)}) \end{aligned} \quad (20)$$

Hierbei ist

$$\text{Cov}(\hat{y}_h^{(2)}, \hat{y}_h^{(1)}) = \frac{1}{n_h(n_h - 1)} \sum_{i=1}^{n_h} (y_{hi}^{(2)} - \hat{y}_h^{(2)})(y_{hi}^{(1)} - \hat{y}_h^{(1)}) \quad (21)$$

Der prozentuale Stichprobenfehler der Mittelwertschätzung wird angegeben durch:

$$F^{(\%,2p)} = t \left[1 - \frac{\alpha}{2}, df = n - 1 \right] \frac{\sqrt{\text{Var}(\hat{y})}}{\hat{y}} \cdot 100\% \quad (22)$$

In dieser Studie wird der „einfache naturwissenschaftliche Fehler“ mit $t = 1$ geschätzt. Dabei muss jedoch beachtet werden, dass dieser Fehler in rund 32% der Fälle größer ausfallen kann.

Wenn ein bestimmter prozentualer Fehler vorgeben wird, dann ergibt sich daraus die anzustrebende Varianz mit

$$\text{Var}(\hat{y}) = \left(\frac{F^{(\%,2p)} \hat{y}}{100} \right)^2 \quad (23)$$

Die Phase-II-Punkte werden aus den Phase-I-Punkten über Lahiris *circular systematic sampling* (KRISHNAIAH und RAO, 1988) gezogen. Dieses Verfahren gewährleistet eine räumlich gleichmäßige Verteilung der Phase-II-Stichproben. Für eine hohe Schätzgenauigkeit der Veränderungsvariablen sollen jedoch so viele bestehende terrestrische Stichprobenpunkte wie möglich wiederholt aufgenommen werden. D.h. wenn in einem Stratum nun ein höherer Umfang an Phase-II-Punkten erforderlich ist als er bereits aus der Vorinventur besteht, dann sollen alle bestehenden terrestrischen Punkte wieder aufgenommen werden und die Differenz zum erforderlichen Umfang mit neuen Stichproben aufgefüllt werden.

3. ERGEBNISSE

Im hier betrachteten Privatforstbetrieb nimmt das Nadelholz die größte Fläche ein, denn rund 78% der Phase-I-Punkte sind den Nadelholz-Straten zugeordnet. Ursprünglich formulierte die Betriebsleitung des Forstbetriebs die Aufgabe, dass die geforderten Genauigkeitsansprüche in jedem Verantwortungsbereich (Revier) zu erfüllen seien. Für die Vorinventuren im Jahre 1998 bzw. 2000 wurden die digitalisierten Bestandesflächenkarten aus der Forsteinrichtung von 1993 zur Stratifizierung herangezogen. Bei der aktuellen und feineren Stratifizierung anhand von Luftbildern für die anstehende Folgeinventur sind nun vermehrt Phase-I-Punkte den Laubholz-Straten zugeordnet. Wegen fehlender Informationen aus der Vorinventur konnten für diese Straten in den Verantwortungsbereichen keine Varianzen geschätzt werden. Aus diesem Grund muss

die Allokation der Phase-II-Punkte für den gesamten Forstbetrieb optimiert werden; geeignete Gesamt-Stichprobenumfänge müssen auf die Verantwortungsbereiche über deren Phase-I-Zusammensetzung aufgeteilt werden.

Zunächst soll evaluiert werden, ob die zweiphasige Stichprobe zur Stratifizierung bei gleichen Umfängen terrestrisch erhobener Probepunkte einen Genauigkeitsgewinn gegenüber einer einfachen Zufallsstichprobe liefert. In *Abbildung 1* sind die Stichprobenfehler für die Zielvariablen der Optimierung in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang dargestellt. Eigentlich sind die Mittelwertschätzungen aus der Folgeinventur noch nicht bekannt; deshalb wird zur Herleitung prozentualer Stichprobenfehler die Gültigkeit der Schätzungen aus der Vorinventur angenommen. Für das Merkmal Vorratsveränderung sind jedoch die zu erwartenden absoluten Fehler aufgezeigt, da über die mittlere Vorratsveränderung im Forstbetrieb noch nicht gemutmaßt werden soll. Die Werte der türkis-farbenen Kurven sind deshalb auf der sekundären Ordinate abzugreifen. Die durchgezogenen Linien stellen die mutmaßlichen Fehler der zweiphasigen Stichprobe zur Stratifizierung dar; die unterbrochenen Linien die einer einfachen Zufallsstichprobe. Für das Merkmal Vorratsveränderung ist noch eine Besonderheit zu beachten. Es stehen nicht alle Phase-II-Stichproben zur Schätzung der Vorratsveränderung zur Verfügung, sondern nur die tatsächlich wieder aufgenommenen. Am oberen Rand der Plot-Region findet sich eine sekundäre Abszisse, von der die Anzahl wiederholter terrestrischer Punkte bei gegebenen Phase-II-Gesamtumfängen (primäre Abszisse) abgegriffen werden können. Für den angestrebten Vergleich müssen für die Abschätzung der Fehler bei einer einfachen Zufallsstichprobe auch die Stichprobenumfänge der Wiederholungsaufnahmen aus der sekundären Abszisse herangezogen werden. Die unterbrochenen Linien zeigen die Stichprobenfehler bei einer einfachen Zufallsstichprobe an. Diese werden mit Hilfe der Populationsvarianz aus Gleichung (16) geschätzt

$$F^{(\%,rand)} = t \left[1 - \frac{\alpha}{2}, df = n - 1 \right] \sqrt{\frac{s^2}{n}} \cdot 100\% \quad (24)$$

Es wird deutlich, dass vor allem die durchgezogenen Fehler-Kurven für das schwache und starke Laubholz weit unter denen der Zufallsstichprobe liegen. Auch der Vorrat an stärkeren Fichten und Tannen kann bei gleichem Stichprobenumfang mit der zweiphasigen Stichprobe zur Stratifizierung genauer geschätzt werden als mit einer einfachen Zufallsstichprobe. Lediglich die Genauigkeit der Vorratsschätzung des schwächeren Nadelholzes und der Schätzung der Holzvorrats-Veränderung büßen durch das zweiphasige Design an Genauigkeit ein, jedoch nur in einem geringfügigen Ausmaß und letztere nur bis zu einem Stichprobenumfang von etwa 3000 Punkten.

Im folgenden sollen die Schätz-Genauigkeiten dargestellt werden, die man erwarten kann, wenn nicht für den gesamten Betrieb Schätzungen vorgenommen werden, sondern für die Verantwortungsbereiche als einzelne Auswertungseinheiten. In *Abbildung 2* ist der Verlauf der Stichprobenfehler in den einzelnen Verantwortungsbereichen dargestellt. Die Kurven besitzen nicht unbedingt einen glatten Verlauf. Wenn eine einzige Stichprobe zusätzlich zum Phase-II-Umfang des gesamten Forstbetriebes hinzugefügt wird, dann kann diese Stichprobe auch nur einem Verantwortungsbereich zugeordnet werden; die Phase-II-Umfänge und damit auch die Genauigkeit der Schätzungen in den anderen Verantwortungsbereichen bleiben dann von dieser marginalen Erhöhung des Gesamt-Stichprobenumfangs unberührt. Wenn mehrere Stichproben zusätzlich hinzukommen, dann entfallen auf alle Verantwortungsbereiche sukzessiv neue Stichproben. Die Kurven erhalten dadurch einen treppenförmigen Verlauf und sind in der marginalen Betrachtung nicht stetig differenzierbar. Die hinzukommenden Phase-II-Umfänge werden auf die einzelnen VBs durch die systematisch-zirkulären Zufallsauswahlen erwartungsgemäß proportional zum Verhältnis

der noch freien, bisher nicht als Phase-II-Punkt ausgewählten, Phase-I-Punkte im VB zum Gesamtumfang der noch freien Phase-I-Punkte aufgeteilt $(n'_{h,VB} - n^*_{h,VB}) / (n'_h - n^*_h)$; hierbei $n^*_{h,VB}$ ist die Anzahl der bereits existierenden Phase-II-Punkte im VB und $n^*_h = \sum_{VB=1}^6 n^*_{h,VB}$ entsprechend die Anzahl der bereits existierenden Phase-II-Punkte im gesamten Forstbetrieb. Wenn Phase-II-Stichproben zur Erzielung einer optimalen Aufteilung aufgegeben werden müssen, dann geschieht das in einem VB in einem bestimmten Stratum erwartungsgemäß proportional zu $n^*_{h,VB} / n^*_h$.

Ursprünglich forderte die Betriebsleitung, dass in jedem Verantwortungsbereich der Stichprobenfehler für die Mittelwertschätzung des Vorrats von Hartlaubbbäumen und von Fichten und Tannen unter 5% betragen soll. Für das schwächere Holz mit BHD unter oder gleich 30 cm wurden Fehler in Höhe von 10% der Mittelwertschätzung zugestanden. Aus der *Abbildung 2* wird ersichtlich, dass diese Genauigkeitsansprüche unter dem Kompromiss zwischen den optimalen Aufteilungen für die fünf Zielmerkmale nur bei unvertretbar hohen Phase-II-Gesamtumfängen vollständig erfüllt werden können. Die Betriebsleitung des Forstbetriebs war nun anhand der Modellrechnungen zur Genauigkeit der Zielvariablen aufgefordert, einen Kompromiss zwischen Genauigkeitsanforderung und Aufwandssituation zu finden. Sie entschied daraufhin, den Phase-II-Umfang auf 2200 Punkte festzulegen. Wie *Abbildung 1* zeigt, sind bis zu diesem Stichprobenumfang schon sehr hohe Veränderungs-raten der Genauigkeit gemessen am Aufwand ausgeschöpft. Eine weitere Erhöhung der Umfänge würde danach nur relativ geringe Genauigkeitsverbesserungen erwirken.

Wenn bei der zweiphasigen Stichprobe zur Stratifizierung ein Phase-II-Gesamtumfang in Höhe von 2200 Stichproben gezogen würde, dann könnte der mittlere Vorrat je ha des stärkeren Laubholzes mit einem Fehler von rund 3,8% des Mittelwertes geschätzt werden. Mit einer einfachen Zufallsstichprobe müssten dagegen rund 5310 Stichproben gezogen werden, um die gleiche Genauigkeit zu erzielen. Bei einer zweiphasigen Stichprobe zur Stratifizierung werden also rund 3110 Stichproben weniger benötigt als mit einer Zufallsstichprobe, um die gleiche Genauigkeit in Höhe von 3,8% zu erzielen. Um bei der Schätzung des schwachen Laubholzes den Fehler in Höhe von 5,2% zu erreichen, müssten mit einer Zufallsstichprobe 3359 Einheiten gezogen werden, statt 2200 bei der zweiphasigen Stichprobe zur Stratifizierung. Bei gleicher Schätz-Genauigkeit für das stärkere Nadelholz in Höhe von 2,5% wären mit einer Zufallsstichprobe rund 503 Stichprobenpunkte mehr zu erfassen, als nur 2200 bei der zweiphasigen Stichprobe. Von den vier zustandsbeschreibenden Merkmalen wäre eine Zufallsstichprobe lediglich für die Vorrats-Schätzung des schwachen Nadelholzes vorteilhafter; es wären rund 140 Stichproben weniger nötig, um einen Fehler in Höhe von 3,7% zu erreichen. Mit insgesamt 2200 Phase-II-Punkten und davon 1703 wiederholt aufgenommen Punkten wird die durchschnittliche Vorratsveränderung voraussichtlich mit einem Fehler in Höhe von 6,1 Vfm/ha geschätzt. Die gleiche Schätzgenauigkeit würde man bei einer Zufallsstichprobe schon mit 1483 Stichprobenpunkten erreichen können. Dieser Genauigkeitsverlust bei der Schätzung der Vorratsveränderung ist dem Kompromiss der Stichprobenaufteilung nach Gleichung (18) geschuldet. Die vier Zustandsmerkmale besitzen sehr geringe Varianzen innerhalb der jungen Straten, besonders im Stratum Lbh 0–40 Jahre. Dadurch sind auch nur geringe Stichprobenumfänge nötig, um gegebene Schätz-Genauigkeiten für diese vier Ziel-Merkmale zu erreichen. Gerade in den jungen Straten ist aber die Varianz der Vorratsveränderung sehr hoch, weil ein heute vorratsarmer Jungbestand vor 10 Jahren häufig ein vorratsreicher Altbestand war. In dem Kompromiss der Aufteilungs-Optima für die insgesamt fünf Zielvariablen wird wegen der geringen Varianzen der vier Zustandsmerkmale vor allem in den jungen Straten ein erheblicher Erhebungsaufwand eingespart. Dieses geschieht jedoch zu Lasten der Schätzgenauigkeit der Vorratsveränderung (wenn auch nur in geringfügigem Ausmaß), da die Vorratsveränderung gerade in den jungen Straten sehr variabel sein kann.

Wie zuvor dargelegt, soll noch einmal in Erinnerung gerufen werden, dass die zweiphasige Stichprobe zur Stratifizierung für die Schätzung der Zustandsvariablen bei gegebenen Stichprobenumfängen und damit gegebenen Kosten der Felderfassungen insgesamt eine enorme Verbesserungen der Schätzgenauigkeit gegenüber einer Zufallsstichprobe gezeigt hat.

4. DISKUSSION UND SCHLUSSFOLGERUNGEN

Die Stichprobenzahl und ihre Verteilung für die Folgeaufnahme einer Betriebsinventur in einem süddeutschen Privatforstbetrieb sollten so bestimmt werden, dass zuvor festgelegte Genauigkeiten für die Schätzung des Vorrats bzw. der Vorratsänderung in einzelnen Revieren (Verantwortungsbereiche) erfüllt werden. Wegen einer recht groben Stratifizierung bei der Vorinventur anhand von Forsteinrichtungsdaten konnten in manchen Straten keine Varianzschätzungen vorgenommen werden. Deshalb wurden die Phase-II-Punkte, einem Kompromiss zwischen den optimalen Aufteilungen der einzelnen Zielvariablen folgend, über die Straten des gesamten Betriebes verteilt. Diese Aufteilung wird sich vermutlich für alle Ziel-Merkmale außer für das schwache Nadelholz und die Vorratsveränderung als vorteilhaft erweisen. Sämtliche zuvor geforderten Genauigkeitsansprüche (5% für das stärkere Hartlaub- und das Fichten- und Tannenholz; 10% für das schwächere) sind trotz des Optimierungs-Kompromisses nicht in allen Verantwortungsbereichen zu erfüllen.

Gemeinsam mit der Betriebsleitung wurde anhand der vorstehenden Abbildungen für die einzelnen Verantwortungsbereiche als Kompromiss eine gesamte Anzahl von 2.200 Stichprobenpunkten festgelegt. Diese Anzahl ist in jedem Fall ausreichend, um auf Gesamtbetriebsebene Daten von sehr hoher Aussagekraft erzeugen zu können. Gleichzeitig werden valide Steuerungsdaten für die Vorräte auf VB-Ebene gewonnen. Durch das zweiphasige Design zur Stratifizierung ist im allgemeinen aufgrund der Aufgabe bestehender Stichprobenpunkte ein Genauigkeitsverlust für die Schätzung der mittleren Vorratsveränderung verbunden (SCOTT und KÖHL, 1994). Es konnte gezeigt werden, dass dieser Nachteil durch die Berücksichtigung der mittleren Vorratsveränderung als eine der Optimierungsvariablen abgemildert werden kann.

Da für die Folgeaufnahme die Phase-I-Stratifizierung nun genauer anhand von Luftbildern anstatt recht grober Forsteinrichtungsdaten geschehen konnte, ist bei der Folgeaufnahme eine Verminderung der Varianzen innerhalb der Straten und eine Erhöhung zwischen diesen zu erwarten. Dieses würde tatsächlich zu geringeren Gesamtvarianzen und höheren Schätzgenauigkeiten führen, als es zum jetzigen Zeitpunkt auf der Basis der Daten aus der Vorinventur prognostiziert werden kann.

Bei dem hier entwickelten Design der Betriebsinventur werden durch die Aufnahme der terrestrischen Stichproben Kosten in Höhe von lediglich 4,40 € pro ha gesamter Holzbodenfläche des Betriebes verursacht. Obwohl ein Kompromiss zwischen den optimalen Aufteilungen für fünf Zielvariablen geschlossen wurde, reduziert sich nicht nur der Erhebungsaufwand für Merkmale mit recht hoher Variabilität (stärkeres Laubholz) gegenüber einer Zufallsstichprobe, sondern auch für die wohl bedeutungsvollste Variable im Forstbetrieb, das stärkere Fichten- und Tannenholz. So ist in diesem Fall der terrestrisch zu erhebende Stichprobenumfang und damit sind auch in gleichem Maße die gesamten Erfassungskosten bei einer zweiphasigen Stichprobe zur Stratifizierung um rund 1/5 (19%) niedriger als bei einer Zufallsstichprobe. Bei der Vorratsschätzung des stärkeren Laubholzes werden gar 59% der Stichproben und der Erhebungskosten eingespart im Gegensatz zu einer einfachen Zufallsstichprobe gleicher Genauigkeit; das bedeutet eine Kostenersparnis in Höhe von rund 6,20 € pro ha Holzbodenfläche. Demgegenüber steht jedoch ein Mehraufwand, der mit der Stratifizierung der Phase-I-Punkte verbunden ist. Die durch die Stratifizierung anfallenden Zusatzkosten sind aber mit 0,22 € pro ha betragsmäßig deutlich niedriger als die Kostenersparnisse bei der Felderhebung.

Ein wesentlicher Vorteil zweiphasiger Stichproben zur Stratifizierung ist die Möglichkeit, in Forstbetrieben flexibel individuelle Zielvariablen und zugehörige Genauigkeitsansprüche zu formulieren. Dadurch lassen sich „maßgeschneiderte“ Waldinventuren unter Minimierung der Kosten durchführen. Im öffentlichen Wald des Landes Baden-Württemberg werden jedes Jahr mehr als 15.000 Stichproben bei Betriebsinventuren angelegt, mittlerweile fast ausschließlich als Folgeaufnahmen. Mit der Durchführung der Inventuren als zweiphasige Stichproben zur Stratifizierung wären erhebliche Kostenersparnisse verbunden. Vor einer Optimierung des Stichprobendesigns müssten wie im vorliegenden Forstbetrieb prioritäre Zielvariablen festgelegt werden.

5. KURZFASSUNG

In einem erwerbswirtschaftlich ausgerichteten Privatforstbetrieb Süddeutschlands wird im Jahr 2008 eine Folgeaufnahme einer Betriebsinventur durchgeführt. Damit vorher festgelegte Genauigkeiten für bestimmte Zielvariablen bei minimalen Kosten erreicht werden können, wird die Inventur als zweiphasige Stichprobe zur Stratifizierung durchgeführt. In der ersten Phase werden die Stichprobenpunkte eines dichten Grundrasters anhand von Orthofotos in zuvor definierte Straten aus Kombinationen der dominierenden Baumartengruppe (Laub- oder Nadelholz) und einer vorherrschenden Altersklasse eingeteilt. Die Erhebungsdaten der Vorinventuren aus den Jahren 1998 und 2000 werden zur Schätzung von Merkmalsvarianzen herangezogen werden. Ursprünglich wurde die Einhaltung von Obergrenzen für die Stichprobenfehler in den einzelnen Verantwortungsbereichen (Revieren) gewünscht. Aufgrund einer recht groben Stratifizierung zum Zeitpunkt der Vorinventur anhand von Forsteinrichtungsdaten für Waldbestände können aber für einige Straten in den einzelnen Verantwortungsbereichen keine Varianzschätzungen unternommen werden. Die Aufteilung der terrestrisch zu erhebenden Phase-II-Punkte auf die einzelnen Straten wird deshalb auf der Ebene des gesamten Forstbetriebes entsprechend einem Kompromiss zwischen den optimalen Aufteilungen für fünf Zielvariablen vorgenommen. Mit der Aufgabe bestehender Stichprobenpunkte, bedingt durch das zweiphasige Design zur Stratifizierung, ist im allgemeinen ein Genauigkeitsverlust für die Schätzung der mittleren Vorratsveränderung verbunden. Dieser Effekt kann jedoch durch die Berücksichtigung der mittleren Vorratsveränderung als eine der Optimierungsvariablen abgemildert werden. Die Varianzen für die mittlere Vorratsveränderung werden aus einer Folgeaufnahme in einem benachbarten Forstbetrieb übertragen. Es zeigt sich, dass sich die geforderten Stichprobenfehler in Höhe von 5% des mittleren Fichten/Tannen- und Hartlaub-Vorrats aus Bäumen über 30 cm BHD bzw. in Höhe von 10% für das schwächere Holz in den einzelnen Verantwortungsbereiche nicht erfüllen lassen. Die obere Grenze des gesamten Stichprobenumfangs für die Feldaufnahmen wird daraufhin zur Kostenbegrenzung mit 2200 terrestrisch zu erhebenden Stichproben-Punkten festgelegt. Die gewählte Allokation zeigt sich für fast alle Zielvariablen sehr vorteilhaft gegenüber einer einfachen Zufallsstichprobe. Durch die zweiphasige Stichprobe können gegenüber einer einfachen Zufallsstichprobe rund 19% der Kosten eingespart werden, bei gleicher Präzision der Vorratsschätzung von stärkeren Fichten und Tannen. Zur Schätzung des stärkeren Hartlaubholz-Vorrats ist der Erhebungsaufwand sogar um 59% gegenüber dem einer Zufallsstichprobe reduziert.

6. Abstract

Title of the paper: *A Repeated Forest Inventory based on Double Sampling for Stratification.*

In this study we create a new forest inventory design considering repeated measurement of sample plots from former stratified sampling inventories in an anonymised private forest enterprise. In order to meet certain gains of accuracy for distinct target variables under minimum costs we apply a double sampling scheme for strat-

ification. Initially, the sampling error of total timber volume over bark of hardwood trees and also of spruce and fir with DBH larger than 30 cm should not exceed 5% of the mean estimation. For the mean volume estimation of the smaller trees a 10%-precision was conceded. These precision demands were to be met in each of the 6 districts of the whole enterprise. The variance estimation is obtained by means of sample plot data from the prior inventories in 1998 and 2000. Due to the coarse stratification for the prior inventories on the basis of the forest management plan, variance estimations fail for several strata and districts. Therefore, we search for an optimal allocation on the enterprise level. In order to achieve an optimal allocation for phase-II-plots in the forthcoming inventory, there is a need to give up existing plots. However, we can minimise the sampling error for the mean estimations of growing stock changes by considering volume change as additional target variable for the optimisation process. Variances of volume change are estimated from a neighbouring repeated inventory. Finally, the phase-II sample plot allocation is obtained by a compromise between the optimal allocations for five target variables, which comprise the four volume estimates for two species groups and two diameter classes and, additionally, the mean change of growing stock. It is shown that it is impossible to meet the postulated precision within the forest districts with acceptable costs. Hence, the total phase-II sample size is fixed at 2200 plots. The allocation compromise of the double sampling for stratification proves to be very beneficial compared to simple random sampling. Estimations on the basis of double sampling for volume of larger spruce and fir trees is cost-saving in the amount of 19% instead of simple random sampling. For the volume estimation of larger hardwood trees with same precision costs are reduced by 59% using the double sampling scheme instead of an unstratified simple random sampling.

7. Resumée

Titre de l'article: ((*französischer Titel*)).
 ((Französischer Text)).

8. Literatur

- BÖCKMANN, T., J. SABOROWSKI, S. DAHM, J. NAGEL und H. SPELLMANN (1998): Die Weiterentwicklung der Betriebsinventur in Niedersachsen. *Forst und Holz* **53** (8), 219–226.
- COCHRAN, W. (1977): *Sampling Techniques*, John Wiley & Sons, New York.
- GREGOIRE, T. and H. VALENTINE (2008): *Sampling Strategies for Natural Resources and the Environment*, Chapman & Hall.
- KÖHL, M. (1994): Statistisches Design für das zweite Schweizerische Landesforstinventar: Ein Folgeinventurkonzept unter Verwendung von Luftbildern und terrestrischen Aufnahmen, *Mitt. Eidgenöss. Forsch. anst. Wald Schnee Landsch* **69**, 141.
- KRISHNAIAH, P. R. and C. R. RAO (1988): *Handbook of Statistics*, Vol. 6, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
- MANDALLAZ, D. (2008): *Sampling Techniques for Forest Inventories*, Chapman & Hall.
- NOTHDURFT, A. und J. SABOROWSKI (1999): Permanenz und Repräsentativität von Probestflächen bei dynamischer Stratifizierung, *Deutscher Verband Forstlicher Forschungsanstalten, Sektion Forstliche Biometrie und Informatik – 12. Tagung, Göttingen*.
- SABOROWSKI, J. und S. DAHM (1997): Möglichkeiten zur Stratifizierung bei Waldinventuren, in 'Deutscher Verband Forstlicher Forschungsanstalten, Sektion Forstliche Biometrie und Informatik', TU Dresden.
- SABOROWSKI, J. and J. CANCINO (2007): About the benefits of poststratification in forest inventories *J. FOR. SCI* **53**, 139–148.
- SÄRNDAL, C., B. SWENSSON and J. WRETMAN (1992): *Model Assisted Survey Sampling*, Springer.
- SCOTT, C. T. (1986): An Evaluation of Sampling with Partial Replacement. *In: Use of Auxillary Information in Natural Resource Inventories*, SAF Publication No. 86–01, Blacksburg, VA, October 1–2, 1985, ODERWALD, R. G.; BURKHART, H. E. and Burk, T. E. (ed.).
- SCOTT, C. and M. KÖHL (1994): Sampling with partial replacement and stratification, *Forest Science* **40**, 30–46.
- SINGH, D. and B. SINGH (1965): Double sampling for stratification on successive occasions, *Journal of the American Statistical Association*, *JSTOR* **60**, 784–792.
- DE VRIES, P. (1986): *Sampling Theory for Forest Inventory*, Springer-Verlag.
- WOLFF, G. (1962): Eine Möglichkeit der Luftbildanwendung bei Stichprobeninventuren des Holzvorrates. *AFZ* **17** (1/2), 26–28.

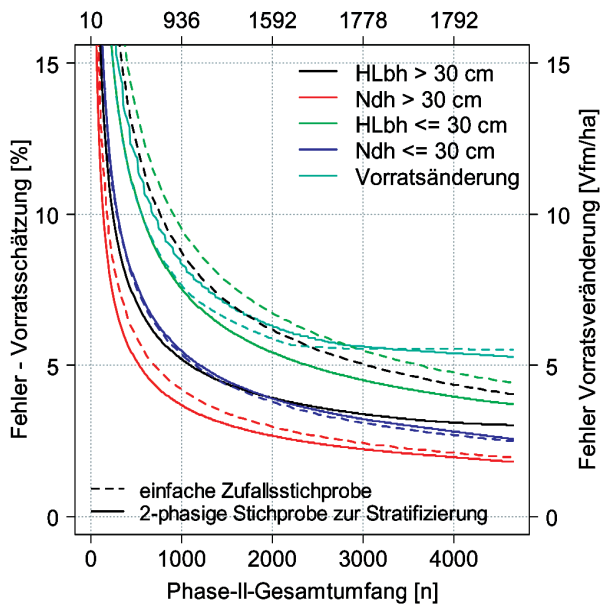


Abb. 1

Stichprobenfehler der Vorratsschätzung (linke Ordinate) bzw. der Vorratsänderung (rechte Ordinate) über dem gesamten Phase-II-Stichprobenumfang. Die untere Abszisse gibt den Gesamtumfang der Phase-II-Stichproben an, die obere Abszisse die Zahl der tatsächlich wiederholt aufzunehmenden Stichproben, die im entsprechenden Gesamtumfang enthalten ist.

Sampling error of growing stock volume (left ordinate) and volume change (right ordinate), respectively as a function of the total sample size. The lower abscissa is the total sample size; the upper abscissa indicates the number of re-measured samples which is contained in the total number.

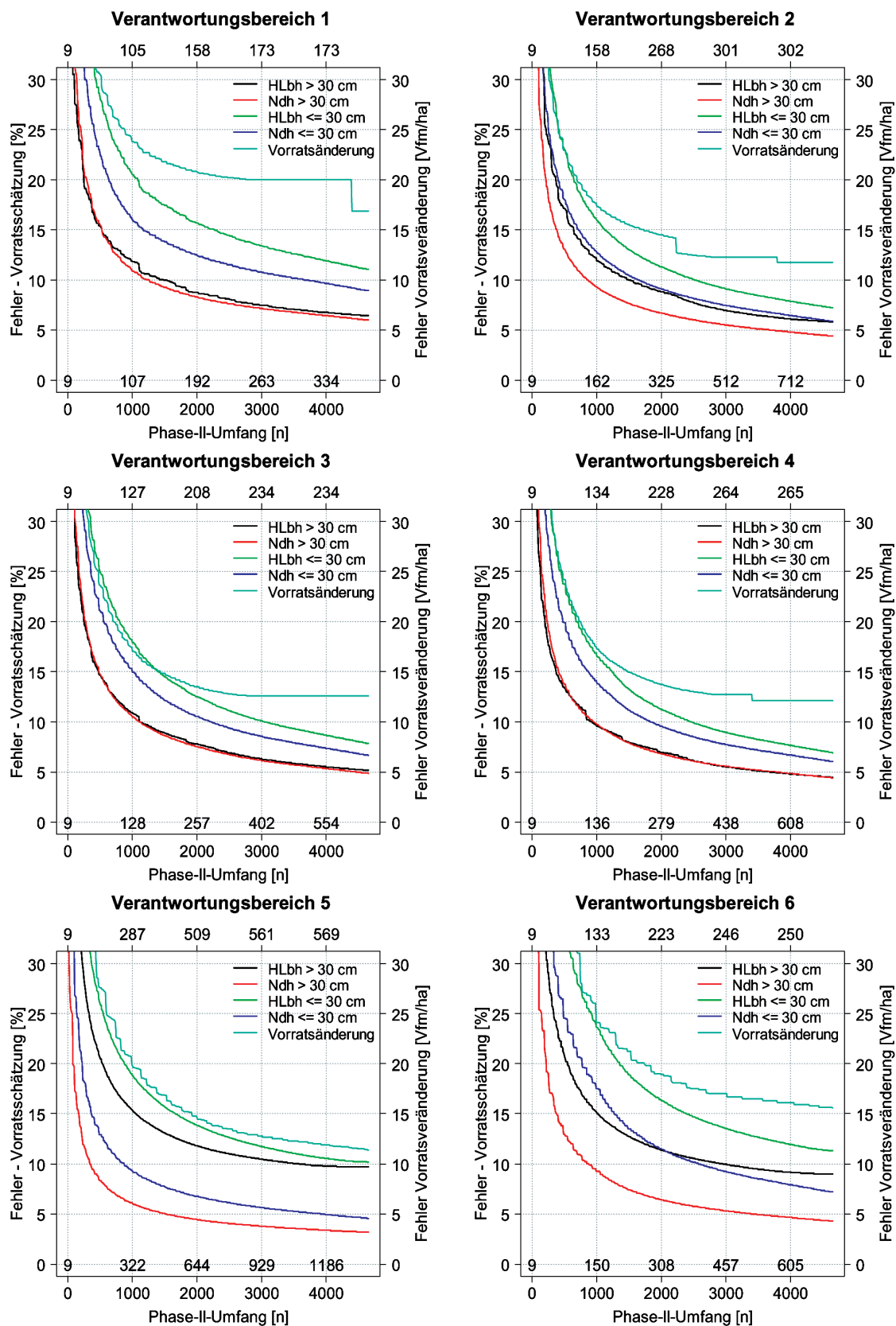


Abb. 2

Mutmaßliche Stichprobenfehler in den einzelnen Verantwortungsbereichen (Revieren). Erste Abszisse (ganz unten): Phase-II-Umfänge im gesamten Forstbetrieb. Zweite Abszisse (über der unteren Achse): Phase-II-Umfänge im Verantwortungsbereich. Dritte Abszisse (oben): Anzahl wiederholt aufgenommener Stichproben im Verantwortungsbereich.

Assumed sampling errors in the different ranger districts. The lower abscissa below the axis indicates the phase-II-sample size for the total forest (all ranger districts). The lower abscissa above the axis gives the number of samples in the district.

The upper abscissa indicates the number of re-measured samples.