Das Binärsystem

Interpretation von Zahlen im Binärsystem

Wir sind es gewohnt im **Dezimalsystem** (Zehnersystem) zu rechnen. Dabei hängt der Wert einer Ziffer davon ab, an welcher Stelle die Ziffer in einer Zahl steht. In der Grundschule haben wir gelernt, dass die letzte Ziffer ganz rechts die Einer sind, dann kommen links daneben die Zehner, die Hunderter usw. Die Zahl 3278 wurde in eine solche Stellenwerttabelle eingetragen. Der Wert der Zahl 3278 ergibt sich also daraus, dass wir sie so interpretieren, dass wir 3 Tausender, 2 Hunderter, 7 Zehner und 8 Einer addieren: 3 • 1000 + 2 • 100 + 7 • 10 + 8 • 1 = 3000 + 200 + 70 + 8 = 3278

Stellen	T(ausender)	H(underter)	Z(ehner)	E(einer)
Wert	$1000 = 10^3$	$100 = 10^2$	$10=10^1$	$1 = 10^0$
Beispiel	3	2	7	8

Da uns die Ziffern 0 bis 9 zur Verfügung stehen, ergibt sich für die 10 ein Übertrag zur nächsten Stelle. Die Werte der einzelnen Stellen ergeben sich aus den 10er Potenzen.

Im binären Zahlensystem stehen uns nur die Ziffern 0 und 1 zur Verfügung. Ein Übertrag zur nächsten Stelle ergibt sich daher schon für die Zahl 2. Die Werte der einzelnen Stellen ergeben sich aus den 2er Potenzen. Wenn wir die 2er Potenzen in unserem dezimalen Zahlensystem darstellen, können wir eine binäre Zahl in eine dezimale Zahl umrechnen: 1101 = 1 • 8 + 1• 4 + 0 • 2 + 1 • 1 = 8 + 4 + 1 = 13

Stellen	Achter	Vierer	Zweier	Einer
Wert	$8 = 2^3$	$4 = 2^2$	$2=2^1$	$1 = 2^0$
Beispiel	1	1	0	1

Damit man weiß, dass ob es sich um eine Zahl im Binärsystem oder im Dezimalsystem handelt, schreibt man eine kleine 2 bzw. 10 als Index an die Zahl: $(1101)_2 = (13)_{10}$

Dezimalzahlen als Binärzahlen darstellen

Es ist auch möglich zu einer Dezimalzahl die entsprechende Binärzahl zu bestimmen. Dafür gibt es zwei Möglichkeiten.

Verfahren 1: Dezimalzahl in Summe aus 2er-Potenzen zerlegen

Bei dem ersten Verfahren suchen wir zunächst nach der größten Zweierpotenz, die in unsere Dezimalzahl passt. Bei der 78 wäre das z. B. $2^6 = 64$. Somit wissen wir, dass die Ziffer an der Position für 2^6 eine 1 sein muss und dies die vorderste Stelle ist:

2er-Potenz	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Wert	64	32	16	8	4	2	1
Beispiel	1						

Außerdem erhalten wir einen Rest von 78 - 64 = 14, der mithilfe der restlichen Stellen dargestellt werden muss. Wir füllen nun die Stellenwerttabelle beginnend bei der 64 von links nach rechts auf. Da an jeder Stelle nur die Ziffer 1 oder 0 stehen kann, müssen wir für jede Stelle entscheiden, ob ihr Wert in den verbleibenden Rest passt oder nicht.

32 und 16 passen nicht in den Rest 14, daher tragen wir bei beiden Stellen eine 0 ein:

2er-Potenz	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Wert	64	32	16	8	4	2	1
Beispiel	1	0	0				

Die 8 passt in den Rest 14, daher tragen wir hier eine 1 ein und erhalten den neuen Rest 14 – 8 = 6:

2er-Potenz	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Wert	64	32	16	8	4	2	1
Beispiel	1	0	0	1			

Die 4 passt in den Rest 6, daher tragen wir hier eine 1 ein und erhalten den neuen Rest 6 – 4 = 2:

2er-Potenz	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Wert	64	32	16	8	4	2	1
Beispiel	1	0	0	1	1		

Die 2 passt in den Rest 2, daher tragen wir hier eine 1 ein und erhalten den neuen Rest 2 – 2 = 0:

2er-Potenz	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Wert	64	32	16	8	4	2	1
Beispiel	1	0	0	1	1	1	

Anhand des Restes 0 erkennen wir, dass wir die Zahl vollständig in Summanden zerlegt haben, die den Stellen im Binärsystem entsprechen: 78 = 64 + 8 + 4 + 2
Für die verbleibenden Stellen, hier die letzte Stelle, können wir daher eine 0 eintragen:

2er-Potenz	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Wert	64	32	16	8	4	2	1
Beispiel	1	0	0	1	1	1	0

Die Zahl 78 entspricht im Binärsystem also der Zahl 100 1110: $(78)_{10} = (1001110)_2$

Verfahren 2: Fortlaufende Division durch 2

Bei dem zweiten Verfahren teilen wir die Zahl aus dem Dezimalsystem durch 2 und schreiben uns sowohl das ganzzahlige Ergebnis als auch den Rest auf. Das ganzzahlige Ergebnis teilen wir wieder durch 2. Dies setzen wir fort, bis bei der Division 0 herauskommt. Aus den Resten der Divisionen setzt sich nun unsere Binärzahl zusammen, wobei der Rest der letzten Division die erste Stelle ganz links unserer Binärzahl ist.

Beispiel: 78 : 2 = 39 R 0
39 : 2 = 19 R 1
19 : 2 = 9 R 1
9 : 2 = 4 R 1
4 : 2 = 2 R 0
2 : 2 = 1 R 0
1 : 2 = 0 R 1 $(78)_{10} = (1001110)_2$

Lizenz