

[1]

Bestimmen Sie Y und C in dem makroökonomischen Modell

$$Y = C + \bar{I}$$

$$C = a + bY$$

mit $a = 300$, $b = 0.7$ und $\bar{I} = 600$. $Y =$

 $C =$

[2] Die folgenden Aussagen befassen sich mit *Potenzen und Wurzeln*.a) Für alle $a \in \mathbb{R} = (-\infty, \infty)$ gilt $\sqrt{4a^2} = 2a$.b) Für alle $a \geq 0$ gilt $\sqrt{a^2 + 4} = a + 2$.c) $\sqrt[3]{2^2} = 2^{2/3} = 4^{1/3}$ d) $2^{3/2} = 8^{1/2} = \sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{2}$ e) $2^{3/2} = \sqrt[2]{2^3} = (\sqrt{2})^3$ Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:**WAHR** sind die folgenden Aussagen:

a,b,c

()

a,b,d

()

a,d,e

()

b,c,e

()

c,d,e

()

[3]

Für welches x gilt

$$e^{x^2-6x+9} = 1 \quad ?$$

 $x =$

[4]

Gegeben sei eine Gerade durch die Punkte $(0,4)$ und $(1,2)$. Bestimmen Sie den x -Achsenabschnitt dieser Geraden, d.h. bestimmen Sie die Koordinate x_0 , an der die Gerade die x -Achse schneidet.

 $x_0 =$

[5] Die folgenden Aussagen befassen sich mit *Mengenlehre*. Dazu seien A, B und C Teilmengen einer Grundmenge Ω . Mit $n(A)$ sei die Anzahl der Elemente in A bezeichnet. Es gelte $n(\Omega) < \infty$.

- a) Für $A^c = \Omega \setminus A$ gilt $n(A^c) = n(\Omega \setminus A) = n(\Omega) - n(A)$.
- b) $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
- c) $n(A \cap B) \leq n(A)$
- d) $n(A) = n(A \cup B) - n(B \setminus A)$
- e) $n(A \cap B) > 0$ für alle A und B .

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

a,b,e

()

a,c,d

()

a,c,e

()

b,c,d

()

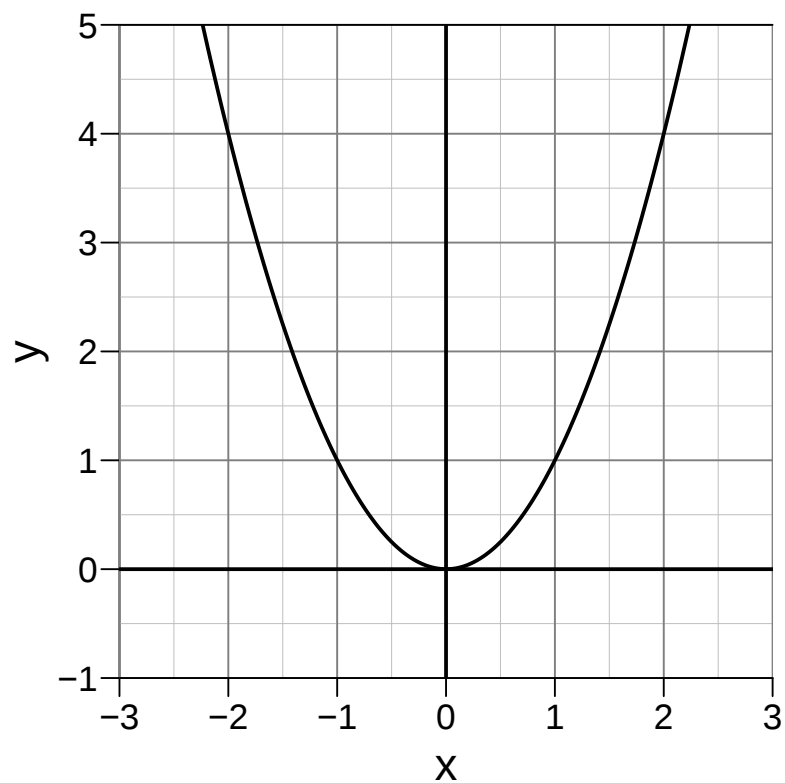
b,d,e

()

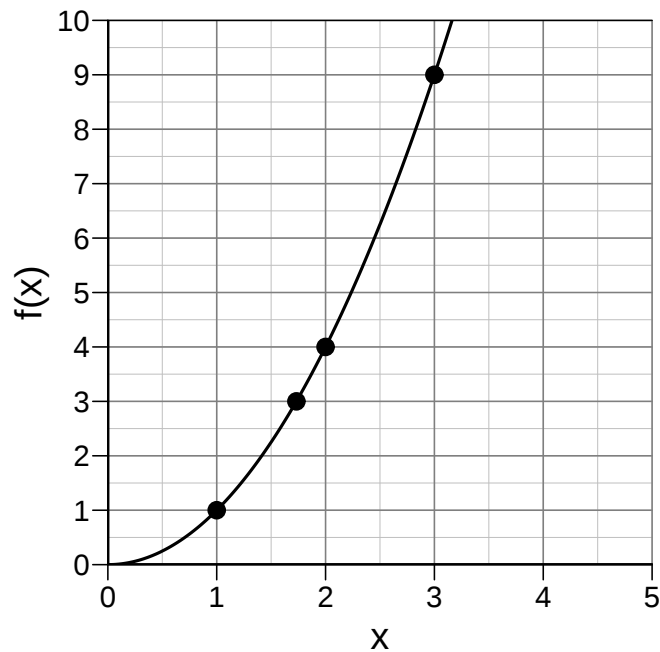
[6]

Bestimmen Sie auf grafische Weise die Lösungen der Gleichung $x^2 - x - 2 = 0$. Die folgende Grafik zeigt den Graphen der Normalparabel $y = x^2$.

Zeichnen Sie eine geeignete Gerade in die Grafik ein und kennzeichnen Sie dann die Lösungspunkte.



[7] Die folgenden Aussagen befassen sich mit dem *Graphen* der in der folgenden Abbildung dargestellten Funktion f und ihrer Inversen f^{-1} .



- a) Die Funktion f ist streng monoton steigend und hat daher eine inverse Funktion.
- b) $f^{-1}(f(3)) = 3$
- c) $f(f^{-1}(4)) = 2$
- d) Für $a \in [0, 10]$ gilt $f^{-1}(a) = b \iff f(b) = a$.
- e) Die Abbildung zeigt: Für jedes $x \in [0, 5]$ gibt es genau ein $y \in [0, 10]$ mit $y = f(x)$.

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| a,b,c | a,b,d | a,d,e | b,c,e | c,d,e |
| () | () | () | () | () |

[8]

Berechnen Sie die relative Änderungsrate der Funktion

$$f(x) = e^{x^2}$$

an der Stelle $x = 4$.Relative Änderungsrate an der Stelle $x = 4$:

[9]

In welchem Intervall I ist die Funktion

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 6x + 4$$

konkav?

 $I =$

[10]

Es sei $a > 1$ und

$$f(x) = a^{x^2}$$

Bestimmen Sie $f'(x)$ für $x = 2$. $f'(2) =$

[11]

Die Funktion $y = f(x)$ sei für alle $x \neq 0$ definiert. Wenn x um Δx geändert wird, gelte für die zugehörige Änderung des Funktionswertes

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = -\frac{\Delta x}{x(x + \Delta x)}$$

Bestimmen Sie die Ableitung y' als Grenzwert des Differenzenquotienten $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ für $\Delta x \rightarrow 0$.

 $y' =$

[12]

Wenden Sie das Newton-Verfahren einmal mit dem Startwert $x_0 = 0$ an, um eine **angenäherte** Lösung x_1 der folgenden Gleichung zu bestimmen:

$$e^x = 2$$

 $x_1 =$

[13]

Der Punkt $(1, 1)$ liegt auf dem Graphen der Gleichung $y^2 - x = 0$. Bestimmen Sie durch implizites Differenzieren die 2. Ableitung y'' in diesem Punkt.

 $y'' =$

[14] Die folgenden Aussagen befassen sich mit der Ableitung der *inversen Funktion*. Die Inverse der Funktion f sei mit g bezeichnet.

- a) Wenn $f(2) = 4$, so gilt $g'(4) = \frac{1}{f'(2)}$.
- b) Wenn $f(2) = f'(2) = 1$, so gilt $g'(2) = 1$.
- c) Wenn $f'(x) > 0$, so ist g streng monoton fallend.
- d) Es gilt $\frac{dg(f(x))}{dx} = 1$, da $g(f(x)) = x$ für alle $x \in D_f$.
- e) $g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0) = 1$ für alle $x_0 \in D_f$.

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

a,b,c

()

a,b,d

()

a,d,e

()

b,c,e

()

c,d,e

()

[15]

Herr H. möchte eine Waschmaschine kaufen. Er kann die Waschmaschine bar für 450 Euro kaufen oder in 24 gleichen Monatsraten der Höhe a_M bei einem **jährlichen effektiven** Zinssatz von 6%.

Wie hoch ist die monatliche Belastung a_M ?

Hinweis: Rechnen Sie zunächst die jährliche und dann die monatliche Belastung aus. Geben Sie das Ergebnis in Euro mit **zwei Stellen nach dem Dezimalpunkt** an.

$a_M =$

[16]

Die Funktion

$$y = f(x) = \ln(x^2 - 6x + 11)$$

hat genau einen Minimumpunkt x_0 .Bestimmen Sie x_0 . $x_0 =$

[17]

An welchen Stellen $x_{1,2}$ hat die Funktion

$$f(x) = e^{-x^2/8} \quad -\infty < x < \infty$$

Wendepunkte?

 $x_{1,2} =$

[18]

Bestimmen Sie mit Hilfe der Integration durch Substitution

$$\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx$$

$$\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx =$$

[19] Die folgenden Aussagen befassen sich mit *Integralrechnung*.

a) $F'(x) = f(x) \iff F(x) = \int f(x) dx$

b) $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$

c) $\int F'(x) dx = F(x) + C$

d) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, wenn $F'(x) = f(x)$.

e) $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

a,b,e

()

a,c,d

()

a,c,e

()

b,c,d

()

b,d,e

()

[20]

Bestimmen Sie $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$, wenn

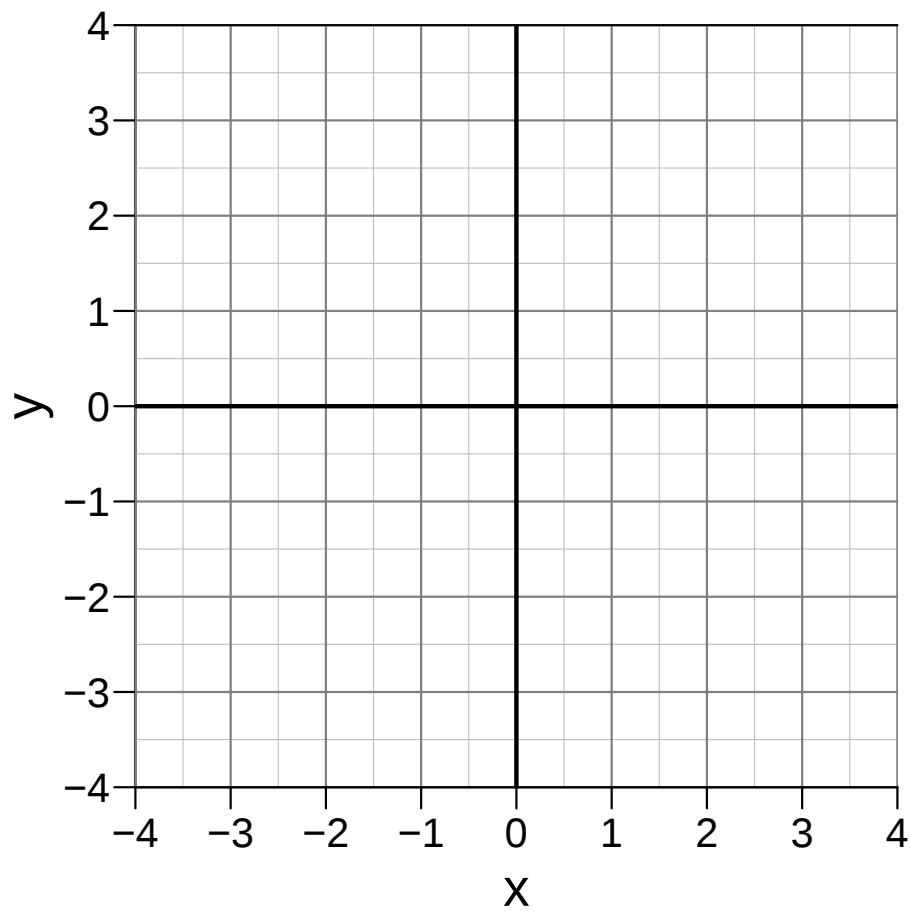
$$z = x^2 e^y$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} =$$

[21]

Skizzieren Sie die Höhenlinie der Funktion

$$f(x, y) = e^{x^2+y^2}$$

zum Niveau $c = e^4$.

[22] Die folgenden Aussagen befassen sich mit *partiellen Ableitungen erster Ordnung*.

- a) Die Notationen $f'_x(x, y)$ und $f'_1(x, y)$ sind gleichbedeutend.
- b) $f'_1(x, y) \approx f(x + dx, y) - f(x, y)$
- c) $f'_2(x, y) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$
- d) Die partielle Ableitung $f'_1(x, y)$ ist die Änderungsrate von $f(x, y)$ bezüglich x , wenn y konstant gehalten wird.
- e) Wenn $f'_2(x, y) = 0$, so gilt $f(x, y) = c$ für eine Konstante c .

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| a,b,e | a,c,d | a,c,e | b,c,d | b,d,e |
| () | () | () | () | () |
-

[23]

Der Gewinn eines Unternehmens aus dem Verkauf von x Einheiten eines Gutes sei

$$\pi(x, p) = p \cdot x - C(x)$$

Dabei ist p der Preis pro Einheit und $C(x)$ ist die Kostenfunktion.

Der maximale Gewinn werde für $x^* = 240$ Einheiten erreicht.

Um wieviel steigt der maximale Gewinn ungefähr, wenn der Preis p um 1.5 steigt?

Steigt um $\approx$

[24]

Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x, y) = \ln(x + y) \quad x > 0, y > 0$$

die Gleichung der Tangentialebene im Punkt $(0.5, 0.5, f(0.5, 0.5))$.Geben Sie die **Gleichung in der Gestalt** $z = ax + by + c$ an. $z =$

[25]

Betrachten Sie die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion

$$Y = F(K, L) = 2\sqrt{KL} = 2K^{1/2}L^{1/2}$$

Für $(K_0, L_0) = (30, 30)$ ergibt sich der Output $Y = 60$. Berechnen Sie ΔY und dY , wenn die Inputfaktoren (K, L) ausgehend von $(K_0, L_0) = (30, 30)$ jeweils um 5 Einheiten erhöht werden.

 $\Delta Y =$ $dY =$

[26]

Bestimmen Sie die Grenzrate der Substitution R_{yx} von y für x , wenn

$$F(x, y) = x^3 y^2 \quad \text{für } x > 0, y > 0$$

 $R_{yx} =$

[27] Die folgenden Aussagen befassen sich mit dem *Extremwertsatz* für Funktionen von zwei Variablen.

- a) Der Extremwertsatz setzt voraus, dass die Funktion $f(x, y)$ auf einer abgeschlossenen und beschränkten Menge definiert ist.
- b) Der Extremwertsatz setzt voraus, dass die Funktion $f(x, y)$ stetig ist, d.h. eine unstetige Funktion kann keinen Extremwert besitzen.
- c) Ist eine Funktion $f(x, y)$ auf einer abgeschlossenen Menge S definiert und dort differenzierbar, so wird das Maximum entweder in einem stationären Punkt im Innern von S oder auf dem Rand von S angenommen.
- d) Wenn die Voraussetzungen des Extremwertsatzes erfüllt sind, kann man sicher sein, dass das Maximum und das Minimum in genau einem Punkt angenommen werden.
- e) Die Funktion $f(x, y) = 1$ für alle $(x, y) \in D_f = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ erfüllt alle Voraussetzungen des Extremwertsatzes.

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

a,b,e

()

a,c,d

()

a,c,e

()

b,c,d

()

b,d,e

()

[28]

Bestimmen Sie die Inverse der Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2a & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Dabei ist $a \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$.

$\mathbf{A}^{-1} =$

[29]

Es sei $\mathbf{a} = (2, 1, 3)$ und $\mathbf{b} = (1, 2, 3)$. Berechnen Sie $(2\mathbf{a}) \cdot (3\mathbf{b})$.

$$(2\mathbf{a}) \cdot (3\mathbf{b}) =$$

[30]

Das Problem

$$\max \quad xz + yz \quad \text{unter der Nebenbedingung} \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$$

hat zwei Lösungen (x_1^*, y_1^*, z_1^*) und (x_2^*, y_2^*, z_2^*) .

Für beide Lösungen hat der Lagrangemultiplikator denselben Wert $\lambda > 0$.

Bestimmen Sie die beiden Lösungen und λ .

$$(x_1^*, y_1^*, z_1^*) =$$

$$(x_2^*, y_2^*, z_2^*) =$$

$$\lambda =$$

[31]

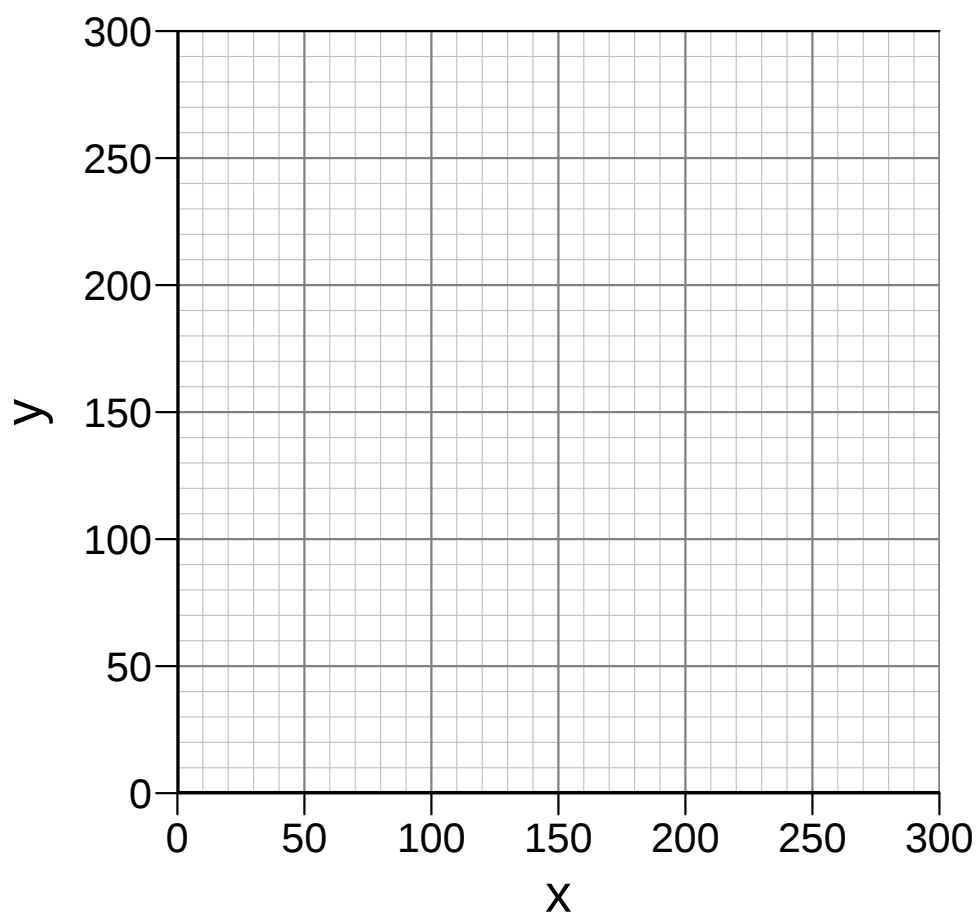
Die Funktion

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

soll unter den Nebenbedingungen

$$x + 2y \leq 600; \quad x - y \leq 50; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0$$

maximiert werden. Skizzieren Sie die zulässige Menge Z , d.h. die Menge der (x, y) , die die Nebenbedingungen erfüllen, in der folgenden Abbildung.



[32] Die folgenden Aussagen befassen sich mit der *Matrizenmultiplikation*. Es seien $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ und $\mathbf{C}$ Matrizen.

- a) Das Matrizenprodukt $\mathbf{AB}$ ist genau dann definiert, wenn $\mathbf{B}$ so viele Zeilen hat, wie $\mathbf{A}$ Spalten hat.
- b) Wenn $\mathbf{AB} = \mathbf{AC}$ und $\mathbf{A} \neq \mathbf{0}$, dann ist $\mathbf{B} = \mathbf{C}$.
- c) Wenn für eine quadratische Matrix $\mathbf{A}^2 = \mathbf{A}$ gilt, dann gilt auch $\mathbf{A}^3 = \mathbf{A}$.
- d) Das Matrizenprodukt $\mathbf{AB}$ kann nur dann eine Nullmatrix ergeben, wenn einer der beiden Matrizen $\mathbf{A}$ oder $\mathbf{B}$ eine Nullmatrix ist.
- e) Im Allgemeinen ist $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$, d.h. die Faktoren dürfen nicht vertauscht werden.

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

a,b,e

()

a,c,d

()

a,c,e

()

b,c,d

()

b,d,e

()

[33]

Berechnen Sie $\mathbf{A}^2$, wenn die Matrix $\mathbf{A}$ gegeben ist durch

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2a & a \\ -2a & -a \end{pmatrix}$$

$\mathbf{A}^2 =$

[34]

Betrachten Sie das lineare Gleichungssystem

$$ax_1 + x_2 = 10$$

$$bx_1 + x_2 = 4$$

Dabei sind a und b reelle Zahlen mit der Eigenschaft $\begin{vmatrix} a & 1 \\ b & 1 \end{vmatrix} = 2$.

Bestimmen Sie x_1 nach der Cramer'schen Regel. $x_1 =$

Ende der Klausur