Alte Klausuraufgaben zu Kapitel 4

(SS 2002 - III 2013)

von
Prof. Dr. Fred Böker
Institut für Statistik und Ökonometrie
Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 5
37073 Göttingen

Tel. 0551-394604; email: fboeker@uni-goettingen.de

20. März 2013

[1] **SS02**
Das Volkseinkommen in Deutschland wuchs von 2 751.5 Milliarden DM im Jahre 1997 auf 2 823.2 Milliarden DM im Jahre 1998 an.
a) Berechnen Sie für die Änderung des Volkseinkommens von 1997 bis 1998 die Steigerung p in Prozent. Runden Sie Ihr Ergebnis auf eine Stelle nach dem Dezimalpunkt.

$$p = \boxed{}$$

b) Für die Zukunft werde die Annahme getroffen, dass das Volkseinkommen weiterhin genau diese jährliche Steigerung p (in Prozent, bis auf eine Stelle nach dem Komma gerundet) aufweisen wird. Des weiteren geht man davon aus, dass die Einwohnerzahl etwa bei 82 Millionen stagnieren wird. Nach wie vielen Jahren t (von 1997 aus gerechnet) wird erstmalig auf jeden Einwohner durchschnittlich eine Millionen DM, d.h. 511291.88 Euro des Volkseinkommens entfallen.
Mit Hilfe welcher Bestimmungsgleichung lässt sich t mit den getroffenen Annahmen berechnen? Benutzen Sie hierin die zugehörigen oben gegebenen Werte und Ihr Ergebnis aus a).

Bestimmungsgleichung $\boxed{}$

c) Berechnen Sie t und runden Sie Ihr Ergebnis auf eine ganze Zahl.

$$t = \boxed{}$$

---

[2] **SS02** Auf der bevorstehenden Messe sollen Kugelschreiber mit Aufdruck (Firmenemblem) ausgegeben werden. Ein Lieferant bietet 500 Stück zum Gesamtpreis von 450 Euro und 2000 Stück zum Gesamtpreis von 900 Euro an.

a) Berechnen Sie für eine Abnahmemenge von 500 Stück und von 2000 Stück jeweils den durchschnittlichen Preis p_d pro Kugelschreiber.

$p_d(500) =$ $\boxed{}$ $p_d(2000) =$ $\boxed{}$

b) Bestimmen Sie die (lineare) Angebotsfunktion $P(x)$, die den Gesamtpreis in Abhängigkeit von der Stückzahl x beschreibt.

$$P(x) = \boxed{}$$

c) Berechnen Sie den Gesamtpreis für eine Abnahmemenge von 2500 Stück.

$$\boxed{}$$

---

[3] **SS02, SS06K2M1** Gehen Sie davon aus, dass ein Unternehmen die von ihm hergestellten Einheiten eines Gutes verkauft und bei Produktion von x Einheiten den Gewinn

$$G(x) = -\frac{1}{100} \cdot (x - 1\,000)^2 + 500$$

in Euro erzielt.
a) Bestimmen Sie die Produktionsmenge x^*, die den Gewinn maximiert.

$x^* =$ $\boxed{}$

b) Bestimmen Sie den maximalen Gewinn G_{max}.

$G_{max} =$ $\boxed{}$

c) Geben Sie die Koeffizienten a, b und c der Kostenfunktion $K(x) = ax^2 + bx + c$ an, wenn der Preis für eine verkaufte Einheit 25 Euro beträgt.

$a =$ $\boxed{}$ $b =$ $\boxed{}$ $c =$ $\boxed{}$

---

[4] **SS02** Drei der folgenden Aussagen sind WAHR! Kreuzen Sie sie an.

a) Man spricht nur dann von einer Funktion, wenn jedem x aus dem Definitionsbereich genau ein y aus dem Wertebereich zugeordnet wird und jedes y höchstens einmal als Bildpunkt auftritt. ( )

b) Wenn f eine Funktion bezeichnet, so folgt aus $f(x_1) \neq f(x_2)$, dass $x_1 \neq x_2$. ( )

c) In einer linearen Konsumfunktion ist die marginale Konsumquote gleich der Steigung der Konsumfunktion. ( )

d) Die Steigung einer linearen Funktion ist konstant. ( )

e) Rationale Funktionen sind für alle reellen Zahlen definiert. ( )

---

[5] **WS03**
Bestimmen Sie den Definitionsbereich D der folgenden Funktionen:

a) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{(5+x)(3-x)}}$

b) $g(x) = \ln(\exp(x) - 1)$

---

[6] **WS03** Die Kosten für die Herstellung von x Einheiten eines Gutes seien $C(x) = 50 + 20x + x^2$. Um wieviel steigen die Kosten, wenn statt x Einheiten $x+1$ Einheiten hergestellt werden sollen?

Kostensteigerung:

---

[7] **WS03**
Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel $y = ax^2 + bx + c$, die durch die drei Punkte $(0,0)$, $(1,1)$ und $(-1,1)$ verläuft. (**Hinweis:** Bestimmen Sie a, b und c.)

$y =$

---

[8] **(WDHWS03, II06)** Bestimmen Sie die Gleichungen $y = ax + b$ der Geraden durch

a) die Punkte $(2,3)$ und $(4,0)$: $y =$

b) den Punkt $(1,1)$ mit der Steigung 2 : $y =$

---

[9] **WDHWS03, SS06K1M1**
Bestimmen Sie alle x-Werte, die die folgende Gleichung erfüllen:

$3^{2x} = 81$ $\qquad x =$

---

[10] **WS03** Bestimmen Sie jeweils alle x-Werte, die die folgenden Gleichungen erfüllen:

a) $4^{x^2-2x+2} = 16 \quad \Longleftrightarrow \quad x =$

b) $2^{3x}4^x = 32 \quad \Longleftrightarrow \quad x =$

---

[11] **WDHWS03** Für welchen Wert t gilt die folgende Gleichung?

$e^{4t-8} = 1$ $\qquad t =$

---

[12] **WS03** Für welchen Wert von t gilt die folgende Gleichung? (**Hinweis:** Verwenden Sie keinen Taschenrechner, d.h. lassen Sie also gegebenfalls Funktionswerte wie e^2 oder $\ln(6)$ stehen und vereinfachen Sie Ihr Ergebnis so weit wie möglich!)

$\ln(4t) = 3 \quad \Longleftrightarrow \quad t =$

---

[13] **WS03** DREI der folgenden Aussagen sind WAHR? Kreuzen Sie sie an.

a) Zwei Polynome sind ohne Rest durcheinander teilbar, wenn der Grad des Nennerpolynoms kleiner ist als der des Zählerpolynoms. ( )

b) Der Quotient zweier Polynome wird als rationale Funktion bezeichnet. ( )

c) Alle Koeffizienten eines Polynoms n-ten Grades seien ganzzahlig, dann sind auch alle Nullstellen dieses Polynoms ganzzahlig. ( )

d) Alle Koeffizienten eines Polynoms n-ten Grades $a_n x_n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x_1 + a_0$ seien ganzzahlig. Dann sind alle ganzzahligen Wurzeln der zugehörigen Gleichung n-ten Grades Faktoren (Teiler) des konstanten Terms a_0. ( )

e) Der Graph einer rationalen Funktion kann in den Nullstellen des Nennerpolynoms vertikale Asymptoten haben. ( )

---

[14] **SS03**
Die lineare Nachfrage- bzw. Angebotsfunktion seien für den Preis P gegeben durch

$$Q_N = 45 - 3P \qquad Q_A = 10 + 2P$$

Bestimmen Sie (P_0, Q_0), d.h. den Preis und die Menge im Gleichgewicht.

$(P_0, Q_0) =$ $\boxed{}$

---

[15] **SS03, SS06K2M1** Das Polynom $x^3 - 9x^2 + 26x - 24$ hat drei reelle Nullstellen. Eine davon ist $x_0 = 3$. Bestimmen Sie die beiden anderen Nullstellen dieses Polynoms.

Weitere Nullstellen: $\boxed{}$

---

[16] **SS03** Drei der folgenden Aussagen sind WAHR! Kreuzen Sie sie an.

a) $\ln(a)$ ist der Exponent, mit dem man die Zahl e potenzieren muss, um a zu erhalten. ( )

b) Die Funktion $\ln(x)$ ist nur für positive x definiert. ( )

c) Wenn $e^u = a$, dann gilt $a = \ln(u)$. ( )

d) Es gilt $\ln(x/y) = \ln(x) - \ln(y)$. ( )

e) $\ln(x + y) = \ln(x) + \ln(y)$. ( )

[17] **WS04** Ein Unternehmen verkaufe Q Einheiten eines Gutes zu einem Preis von $P = 860 - 20Q$ pro Einheit. Die Kosten für die Herstellung und den Verkauf von Q Einheiten dieses Gutes betragen $C = 20Q + Q^2$. Bestimmen Sie die Menge Q^*, die den Gewinn maximiert und geben Sie den maximalen Gewinn an.

$Q^* =$ $\boxed{}$ Maximaler Gewinn: $\boxed{}$

---

[18] **WS04, SS06K1M1**
Für welchen Wert von t gilt die folgende Gleichung? (**Hinweis:** Verwenden Sie keinen Taschenrechner, d.h. lassen Sie also gegebenfalls Funktionswerte wie e^2 oder $\ln(6)$ stehen und vereinfachen Sie Ihr Ergebnis so weit wie möglich!)

$e^{-2t} = 1/2 \quad \Longleftrightarrow \quad t =$ $\boxed{}$

---

[19] **WS04** Die Funktion f sei für alle $x \geq 0$ definiert durch

$$f(x) = \ln(x+1) - \ln(x+2) = \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$$

Bestimmen Sie den Wertebereich R_f von f.

$R_f =$ $\boxed{}$

---

[20] **WS04, SS06K2M1** Geben Sie alle Nullstellen des Polynoms $q(x) = 37(x-3)(x+5)(x-1)$ an.

Nullstellen: $\boxed{}$

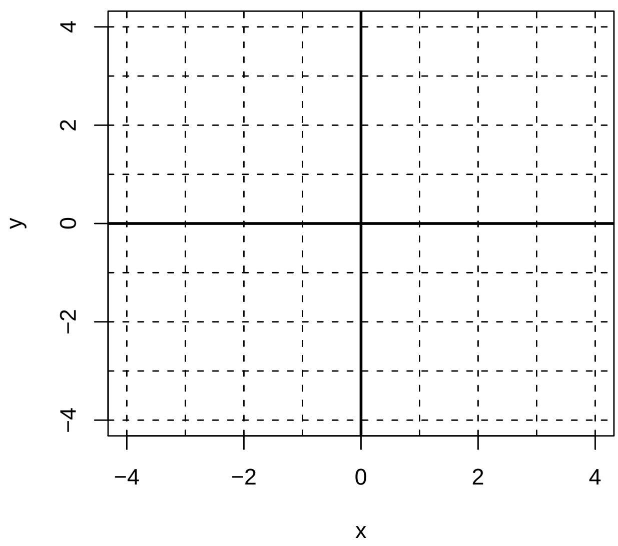
---

[21] **WS04** Für das Polynom $p(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$ gilt $p(-1) = 0$. Benutzen Sie dies, um $p(x)$ als Produkt von linearen Faktoren zu schreiben: $p(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$. Bestimmen Sie a, α, β und γ.

$a =$ $\alpha =$ $\beta =$ $\gamma =$

---

[22] **WS04** Skizzieren Sie in der xy-Ebene die Menge M aller Zahlenpaare (x, y), die die Ungleichung $120x - 60y - 120 \geq 0$ erfüllen.



---

[23] **WS04** DREI der folgenden Aussagen für positive a, b, c sind allgemein WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a) $\dfrac{\ln(a)}{\ln(b)} = \ln(a - b)$ ( )

b) $2\ln(a + b) = 2\ln(a) + \ln(2ab) + 2\ln(b)$ ( )

c) $\ln(3a)^{b+2c} = b\ln(3) + b\ln(a) + 2c\ln(3) + 2c\ln(a)$ ( )

d) $\ln(\ln(\exp(a))) = \ln(a)$ ( )

e) $\ln(a(bc)^{-1}) = \ln(a) - \ln(b) - \ln(c)$ ( )

---

[24] **SS04** Für welches k ist das Polynom $x^3 - 7x^2 + 2x + k$ ohne Rest durch das Polynom $x + 1$ teilbar?

$k =$

---

[25] **SS04** Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3\sqrt{4-x^2}$$

(a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich D_f von f.

$D_f =$ $\boxed{}$

(b) Bestimmen Sie alle stationären Punkte von f, indem Sie die x-Koordinaten in dem linken Kästchen untereinander auflisten. Geben Sie dann in dem rechten Kästchen in der gleichen Reihenfolge an, um welchen Typ (Lokales Maximum, Lokales Minimum, kein lokaler Extrempunkt) eines stationären Punktes es sich handelt. (**Hinweis:** Es reicht die Untersuchung der ersten Ableitung!)

Die Funktion hat einen stationären Punkt in

$x =$ $\boxed{}$ Typ $\boxed{}$

(c) Bestimmen Sie den Wertebereich R_f von f.

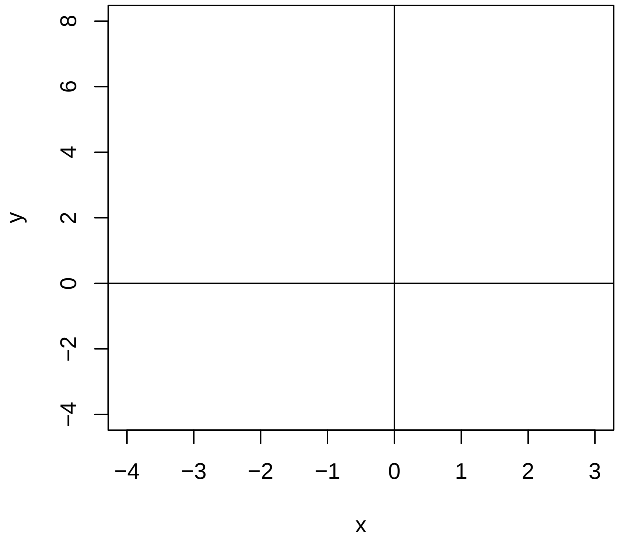
$R_f =$ $\boxed{}$

---

[26] **SS04** Schraffieren Sie in der xy-Ebene alle Zahlenpaare (x, y), die die Ungleichung

$$17y - 34x \geq 68$$

erfüllen.



---

[27] **SS04**
Für welche reellen Zahlen a hat die quadratische Funktion

$$f(x) = 4x^2 + 8x + a$$

(a) ... genau eine Nullstelle? a

(b) ... zwei Nullstellen? a

(c) ... keine Nullstellen? a

Hinweis: Geben Sie den oder die Werte von a bzw. die entsprechenden Intervalle für a an!

---

[28] **SS04** a) Bestimmen Sie den Gleichgewichtspreis P^e des linearen Angebots- und Nachfragemodells

$$D = 117 - 4.5P \quad \text{(Nachfrage)} \qquad\qquad S = 19 + 2.5P \quad \text{(Angebot)}$$

$P^e =$

b) Betrachten Sie das Modell

$$D = a - 4.5P \quad \text{(Nachfrage)} \qquad\qquad S = 19 + 2.5P \quad \text{(Angebot)}$$

Welchen Wert muss a annehmen, damit die Gleichgwichtsmenge $Q^e = 50$ Mengeneinheiten ist.

$a =$

---

[29] **SS04** DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a) Die Funktion $\exp(x)$ ist nur für $x > 0$ definiert. ( )

b) Der Wertebereich R_f der Funktion $f(x) = \ln(x)$ ist $R_f = [0, \infty)$. ( )

c) Für alle $x > 0$ gilt $\ln(x) < \exp(x)$. ( )

d) Die Wurzelfunktion $f(x) = \sqrt{x}$ ist eine Potenzfunktion. ( )

e) Wenn $f(x) = A\left(1 + \frac{p}{100}\right)^x$ mit $A > 0, p > 0$, dann wird $f(x)$ um $p\%$ anwachsen, wenn x um eine Einheit wächst. ( )

---

[30] **WS05** Produziert ein Unternehmen x Einheiten eines Gutes, so habe es die Kosten $C(x)$. Durch welchen Ausdruck lassen sich die zusätzlichen Kosten für die Produktion einer weiteren Einheit **exakt** berechnen.

Zusätzliche Kosten:

---

[31] **WS05** Bestimmen Sie alle ganzzahligen Nullstellen des Polynoms

$$q(x) = 3x^3 - 6x^2 - 3x + 6$$

Ganzzahlige Nullstellen:

---

[32] **WS05**
Bestimmen Sie jeweils den größtmöglichen Definitionsbereich D_f der folgenden Funktionen:

$$f(x) = 3x^2 + \sqrt{|-2+x^2|} \quad \Rightarrow \quad D_f = \boxed{}$$

$$f(x) = \frac{6x^2}{\sqrt{5-|3-8x|}} \quad \Rightarrow \quad D_f = \boxed{}$$

---

[33] **WS05** DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a) Eine rationale Funktion ist eine Funktion, die als Quotient zweier Polynome geschrieben werden kann. ( )

b) Eine rationale Funktion heißt echt, wenn der Fundamentalsatz der Algebra erfüllt ist. ( )

c) Ein Polynom vom Grade n hat mindestens n reelle Nullstellen. ( )

d) $x-a$ ist genau dann ein Faktor eines Polynoms $P(x)$, wenn $P(a) = 0$ ist. ( )

e) Wenn $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ alle ganze Zahlen sind, so müssen alle ganzzahligen Lösungen der Gleichung $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$ Faktoren des konstanten Terms a_0 sein. ( )

---

[34] **WS05** Bestimmen Sie jeweils die Steigungen der Geraden, wenn Ihnen folgende Informationen gegeben sind:

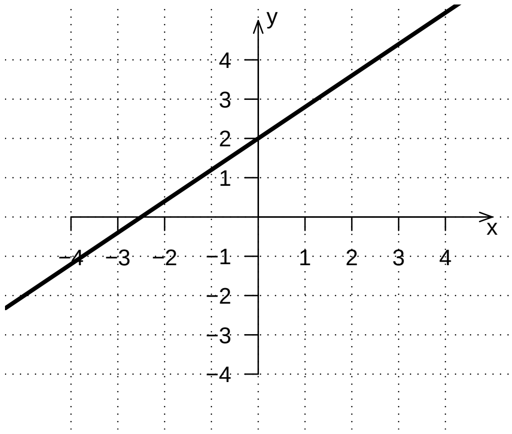
a) $5 = 3x + 7y - 6$

Steigung der Geraden:

b) Die Punkte $(3a, 2a)$ und $(a, -a)$ liegen auf der Geraden.

Steigung der Geraden:

c) Der Graph der Geraden ist in folgender Abbildung gegeben.



Steigung der Geraden:

---

[35] **WS05** Ermitteln Sie die Zahlenwerte folgender Logarithmen:

$\ln e^2 =$ $\ln 1 + \log_{10} 1 =$ $\log_9 27 =$

---

[36] **WS05** Eine Bevölkerung wachse mit einer konstanten Wachstumsrate von 2% pro Jahr. Nach wie vielen Jahren hat sich die Bevölkerung verdoppelt? Geben Sie das Ergebnis in Jahren an, gerundet auf die nächstliegende ganze Zahl.

Verdopplungszeit in Jahren:

[37] **SS05, SS08M1**
Die Kosten für die Herstellung von x Einheiten eines bestimmten Gutes seien $C(x) = 5x^3$. Um welchen Faktor verändern sich die Kosten, wenn die doppelte Menge hergestellt wird?

Faktor: $\boxed{}$

---

[38] **SS05, SS08M1**
Bestimmen Sie jeweils den größtmöglichen Definitionsbereich D_f der folgenden Funktionen:

$$f(x) = [(-x)^3]^{1/2} + 3x^{-2} \quad \Rightarrow \quad D_f = \boxed{}$$

$$f(x) = \frac{1}{36x^2 - 9} \quad \Rightarrow \quad D_f = \boxed{}$$

---

[39] **SS05** Bestimmen Sie jeweils die Gleichung der Geraden, wenn

a) die beiden Punkte $(3, 10)$ und $(5, 14)$ auf der Geraden gegeben sind.

Geradengleichung: $\boxed{y = }$

b) die beiden Punkte $(3, 8)$ und $(3, -33)$ auf der Geraden gegeben sind.

Geradengleichung: $\boxed{}$

c) die Steigung der Geraden 0.1 ist und der Punkt $(4, 9)$ auf der Geraden liegt.

Geradengleichung: $\boxed{y = }$

---

[40] **SS05** Im Jahre 2003 betrug die Einwohnerzahl eines Staates 1.8 Millionen Menschen. Es wird eine konstante Wachstumsrate von 4% pro Jahr vorausgesagt. Nach wie vielen Jahren hat sich die Bevölkerung verdoppelt? Geben Sie das Ergebnis mit zwei Stellen nach dem Dezimalpunkt an.

Verdopplungszeit in Jahren: $\boxed{}$

---

[41] **SS05** Gegeben sei die Konsumfunktion

$$C(Y) = 120 + 0.6Y$$

eines Haushalts in Abhängigkeit des zur Verfügung stehenden Einkommens Y.

a) Bestimmen Sie, wie hoch das Existenzminimum (= Mindestkonsum) des Haushalts ist.

Existenzminimum: $\boxed{}$

b) Bestimmen Sie, wie hoch die Grenzneigung zum Konsum ist.

Grenzneigung zum Konsum: $\boxed{}$

---

[42] **SS05** Gegeben sei das Polynom

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 4$$

Eine Nullstelle dieses Polynoms ist $x_1 = 2$. Bestimmen Sie alle weiteren Nullstellen dieses Polynoms.

Weitere Nullstellen für $x =$ $\boxed{}$

---

[43] **SS05** Ermitteln Sie die Zahlenwerte folgender Logarithmen:

$\log_2 70 + \log_3 18 =$ $\boxed{}$ $\log_2 32 + \log_3 3 + \log_4 1 =$ $\boxed{}$

---

[44] **SS05** Betrachten Sie die allgemeine Geradengleichung $Ax + By + C = 0$. DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a) Abgesehen von Fall $A = B = 0$ stellt jede Gleichung der Gestalt $Ax+By+C = 0$ eine Gerade dar. ( )

b) Falls in der allgemeinen Geradengleichung $B = 0$ ist, so handelt es sich um eine Gerade, die parallel zur y-Achse verläuft. ( )

c) Falls in der allgemeinen Geradengleichung $A = 0$ ist, so handelt es sich um eine Gerade, die parallel zur x-Achse verläuft. ( )

d) Falls in der allgemeinen quadratischen Funktion $y = ax^2 + bx + c$ der Koeffizient $b = 0$ ist, so stellt der Graph eine Gerade in der Ebene dar. ( )

e) Für $a > 0$ hat $f(x) = ax^2 + bx + c$ ein Maximum an der Stelle $x = c - \frac{b}{2a^2}$. ( )

---

[45] **(II06)** DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a) Bei einer Funktion $y = f(x)$ bezeichnet man x als abhängige Variable und y als unabhängige Variable. ( )

b) In den Wirtschaftswissenschaften spricht man bei einer Funktion $y = f(x)$ von der exogenen Variablen x und der endogenen Variablen y. ( )

c) Wenn eine Funktion durch eine algebraische Formel definiert ist, so besteht der Definitionsbereich aus allen Werten der unabhängigen Variablen, für die die Formel einen eindeutigen Wert ergibt, wenn kein anderer Definitionsbereich explizit angegeben ist. ( )

d) Der Graph einer Funktion f ist die Menge aller Punkte $(x, f(x))$, wobei x Element des Definitionsbereiches sein muss. ( )

e) Jede senkrechte Gerade verläuft parallel zur y-Achse und schneidet die x-Achse in einem Punkt $(0, c)$. Jeder Punkt auf der Geraden hat dieselbe y-Koordinate c. ( )

---

[46] **(II06)** Für die Produktion eines Gutes stehen 150 Geldeinheiten und zwei alternative Maschinen zur Verfügung. Bei der ersten Maschine entstehen fixe Kosten von 60 Geldeinheiten und variable Stückkosten von 0.25 Geldeinheiten. Bei der zweiten Maschine entstehen fixe Kosten von 30 Geldeinheiten und variable Stückkosten von 0.4 Geldeinheiten. Welche der beiden Maschinen ermöglicht eine höhere Produktion des Gutes? Geben Sie die von dieser Maschine produzierte Anzahl q_{max} an.

$q_{max} =$ $\boxed{}$

---

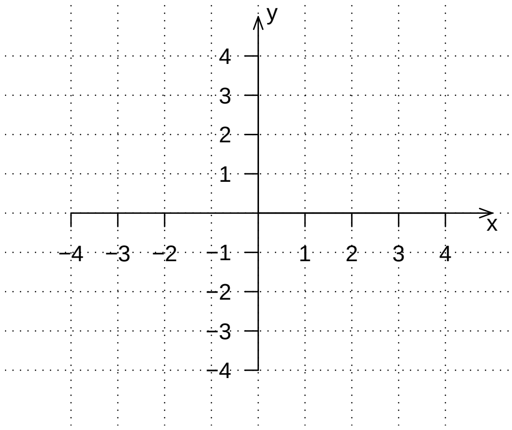
[47] **(II06)** Es sei

$$y = f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$$

Vervollständigen Sie die folgende Wertetabelle und skizzieren Sie den Graphen der Funktion.

Wertetabelle:

x	-1	0	1	
$y = f(x)$				1



---

[48] **(II06)** Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel $y = ax^2 + bx + c$, die durch die drei Punkte $(0,0), (1,2)$ und $(-1,2)$ verläuft. (**Hinweis:** Bestimmen Sie a, b und c.)

$y =$

---

[49] **(II06)** Lösen Sie die Formel

$$C_n = (1+i)^n$$

nach n auf.

$n \quad =$

---

[50] **II06** Für welchen Wert x gilt die folgende Gleichung?

$e^{3x-9} = 1 \iff \qquad x =$

[51] **(II06)** Für welchen Wert von t gilt die folgende Gleichung? (**Hinweis:** Verwenden Sie keinen Taschenrechner, d.h. lassen Sie also gegebenfalls Funktionswerte wie e^2 oder $\ln(6)$ stehen!)

$\ln(4t - 13) = 1 \quad \Longleftrightarrow \quad t =$ $\boxed{}$

---

[52] **(WDHWS03, II06)** Bestimmen Sie die Gleichungen $y = ax + b$ der Geraden durch

a) die Punkte $(2, 3)$ und $(4, 0)$: $\quad y =$ $\boxed{}$

b) den Punkt $(1, 1)$ mit der Steigung 2 : $\quad y =$ $\boxed{}$

---

[53] **(IV06)** Bestimmen Sie den größtmöglichen Definitionsbereich D_f der folgenden Funktionen:

$f(x) = 1 + x^2 - \frac{1}{x^2} \quad \Rightarrow \quad D_f =$ $\boxed{}$

$f(x) = \sqrt{x+1} + \frac{2}{x^2 - 49} \quad \Rightarrow \quad D_f =$ $\boxed{}$

---

[54] **(IV06)** Führen Sie die folgende Division durch:

$(x^3 + 3x^2 - 3x - 5) : (x + 1) =$ $\boxed{}$

---

[55] **(IV06)** Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf und geben Sie das Ergebnis als Dezimalzahl mit drei Nachkommastellen an:

$$2e^x - e^{-2x} = 0$$

$x =$ ☐

---

[56] **(IV06)** DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a) $\ln(a)$ ist der Exponent, mit dem man die Zahl a potenzieren muss, um e zu erhalten. ( )

b) Die Funktion $\ln(x)$ nimmt nur positive Werte an. ( )

c) Wenn $e^u = a$, dann gilt $u = \ln(a)$. ( )

d) Es gilt $\ln(x/y) = \ln(x) - \ln(y)$. ( )

e) Im Allgemeinen gilt: $\ln(x + y) \neq \ln(x) + \ln(y)$. ( )

---

[57] **(IV06)** Die Kosten für die Herstellung von x Einheiten eines Gutes seien $C(x) = 25 + 10x + x^2$. Um wieviel steigen die Kosten, wenn statt x Einheiten $x+1$ Einheiten hergestellt werden sollen? Geben Sie eine **exakte** Antwort, keine Näherung!

Kostensteigerung: ☐

---

[58] **(IV06)** Bestimmen Sie alle x-Werte, die die folgende Gleichung erfüllen:

$2^{3x} = 64 \quad \Longleftrightarrow \quad x =$ ☐

---

[59] **(IV 06)** Das Polynom $x^3 - 7x + 6$ hat drei reelle Nullstellen. Eine davon ist $x_0 = 1$. Bestimmen Sie die beiden anderen Nullstellen dieses Polynoms.

Weitere Nullstellen: ☐

---

[60] **SS06, K2** Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke so weit wie möglich.

$e^{2\ln x} + \ln x - \ln x^3 =$ $\boxed{}$

$\exp\left[4\ln x + \ln y - 2\ln(xy)\right] =$ $\boxed{}$

---

[61] **SS06, K2** DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a) Die Gleichung $e^x = 0$ hat keine Lösung. ( )

b) Das allgemeine Polynom der Form $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ hat genau dann den Faktor $(x - a)$, wenn $P(a) = 0$. ( )

c) Das allgemeine Polynom der Form $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ hat höchstens n Nullstellen. ( )

d) Die Gleichung $ax^2 + bx + c = d$ hat entweder keine, eine oder unendlich viele Lösungen. ( )

e) Die allgemeine Exponentialfunktion $f(x) = Aa^x$ mit $a > 0$ hat für alle $A \neq 0$ mindestens eine Nullstelle. ( )

---

[62] **SS06, K2** Im Jahre 2003 betrug die Einwohnerzahl eines Staates 2.4 Millionen Menschen bei einer Fläche von $24\,000\,\mathrm{km}^2$. Es wird eine konstante Wachstumsrate von 5% pro Jahr vorausgesagt. Wie viele m^2 Fläche stehen einem Einwohner im Durchschnitt - unveränderte Wachstumsrate vorausgesetzt - in 100 Jahren zur Verfügung? Geben Sie das Ergebnis mit zwei Stellen nach dem Dezimalpunkt an.

Fläche in m^2: $\boxed{}$

---

[63] **SS02, SS06K2M1** Gehen Sie davon aus, dass ein Unternehmen die von ihm hergestellten Einheiten eines Gutes verkauft und bei Produktion von x Einheiten den Gewinn

$$G(x) = -\frac{1}{100} \cdot (x - 1\,000)^2 + 500$$

in Euro erzielt.
a) Bestimmen Sie die Produktionsmenge x^*, die den Gewinn maximiert.

$x^* =$ $\boxed{}$

b) Bestimmen Sie den maximalen Gewinn G_{max}.

$G_{max} =$ $\boxed{}$

c) Geben Sie die Koeffizienten a, b und c der Kostenfunktion $K(x) = ax^2 + bx + c$ an, wenn der Preis für eine verkaufte Einheit 25 Euro beträgt.

$a =$ $\boxed{}$ $b =$ $\boxed{}$ $c =$ $\boxed{}$

---

[64] **SS03, SS06K2M1** Das Polynom $x^3 - 9x^2 + 26x - 24$ hat drei reelle Nullstellen. Eine davon ist $x_0 = 3$. Bestimmen Sie die beiden anderen Nullstellen dieses Polynoms.

Weitere Nullstellen: $\boxed{}$

---

[65] **WS04, SS06K2M1** Geben Sie alle Nullstellen des Polynoms $q(x) = 37(x - 3)(x + 5)(x - 1)$ an.

Nullstellen: $\boxed{}$

---

[66] **SS06, K1**
Führen Sie die folgende Division durch:

$(x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x) : (x^2 + x - 2) =$

---

[67] **SS06, K1**
Im Jahre 2003 betrug die Einwohnerzahl eines Staates 1.8 Millionen Menschen bei einer Fläche von 18 000 km^2. Es wird eine konstante Wachstumsrate von 5% pro Jahr vorausgesagt. Nach wie vielen Jahren hat die Bevölkerungsdichte, d.h. die Anzahl der Einwohner pro km^2, den Wert 500 erreicht? Geben Sie das Ergebnis mit **zwei Stellen nach dem Dezimalpunkt** an.

Zeit in Jahren:

---

[68] **SS06, K1**
Bestimmen Sie den Definitionsbereich D der folgenden Funktionen.

$f(x) = 23 + x^2 - \sqrt{10x + 4}$ $D =$

$g(x) = \dfrac{x+2}{\sqrt{7x-5}}$ $D =$

---

[69] **SS06K1M1**
DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a) Der Graph einer Funktion $y = f(x), x \in \mathbb{R}$ ist eine Kurve in der (x, y)-Ebene, wobei es zu jedem x-Wert genau einen y-Wert gibt. ( )

b) Die Steigung einer Geraden ist eindeutig bestimmt, wenn zwei verschiedene Punkte auf der Geraden gegeben sind. ( )

c) Jede Gerade $y = ax + b$ schneidet die x-Achse in genau einem Punkt. ( )

d) Eine Gerade $y = ax + b$ geht genau dann durch den Ursprung, wenn $b = 0$ ist. ( )

e) Zwei verschiedene Geraden in der Ebene schneiden sich stets in genau einem Punkt. ( )

---

[70] **WDHWS03, SS06K1M1**
Bestimmen Sie alle x-Werte, die die folgende Gleichung erfüllen:

$3^{2x} = 81$ $\qquad x = \boxed{}$

---

[71] **WS04, SS06K1M1**
Für welchen Wert von t gilt die folgende Gleichung? (**Hinweis:** Verwenden Sie keinen Taschenrechner, d.h. lassen Sie also gegebenfalls Funktionswerte wie e^2 oder $\ln(6)$ stehen und vereinfachen Sie Ihr Ergebnis so weit wie möglich!)

$e^{-2t} = 1/2 \quad \Longleftrightarrow \quad t = \boxed{}$

---

[72] **WS07, M1**
Berechnen Sie $f(2)$, wenn

$$f(x) = \left[\ln(e^{2x})^2\right]^2$$

$f(2) = \boxed{}$

---

[73] **WS07, M1**
Bestimmen Sie, wieviele Lösungen die folgenden Gleichungssysteme haben. Geben Sie im Lösungskästchen an, ob es KEINE, EINE, ZWEI oder UNENDLICH VIELE Lösungen gibt.
Hinweis: Es ist keine ausführliche Berechnung nötig!

$$\begin{aligned} 3x + y &= 2 \qquad (1) \\ 2x + y &= 3 \qquad (2) \end{aligned}$$

Anzahl der Lösungen: $\boxed{}$

$$\begin{aligned} x + y &= 5 \qquad (1) \\ x + y &= -3 \qquad (2) \end{aligned}$$

Anzahl der Lösungen: $\boxed{}$

$$\begin{aligned} 3x + 18y &= -9 \qquad (1) \\ x + 6y &= -3 \qquad (2) \end{aligned}$$

Anzahl der Lösungen: $\boxed{}$

---

[74] **WS07, M1**
Finden Sie alle Nullstellen der Funktion $f(x) = 9x^2 + 6x + 1$.

$x =$ $\boxed{}$

---

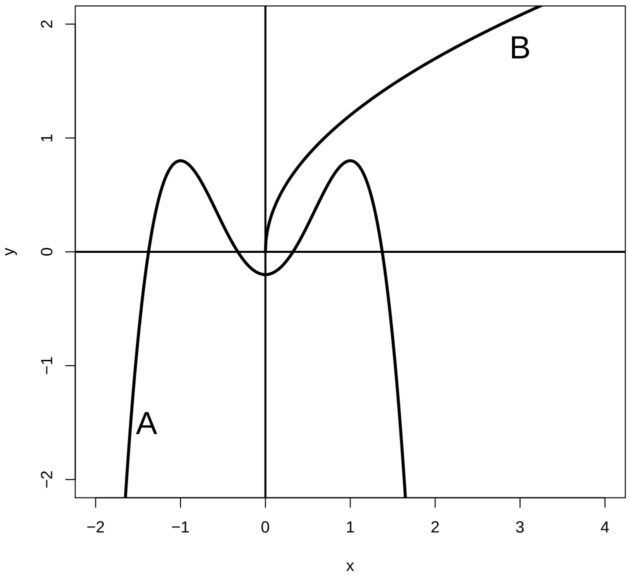
[75] **WS07, M1**
Die Anzahl der Haustiere in einem Staat geht jährlich um 7% zurück. Heute gibt es 7 000 000 Haustiere. Wie lange dauert es in Jahren bis die Anzahl der Haustiere auf die Hälfte geschrumpft ist? **Runden Sie ihr Endergebnis auf zwei Stellen nach dem Dezimalpunkt.**

$t =$ $\boxed{}$

---

[76] **WS07, M1**

Ordnen Sie die beiden dargestellten Graphen jeweils einer der unten angegebenen allgemeinen Funktionsgleichungen zu. Schreiben Sie in ein Lösungskästchen ein A für den Graphen A und in ein anderes Lösungskästchen ein B für den Graphen B. Die beiden übrigen Lösungskästchen lassen Sie bitte frei. Gehen Sie davon aus, dass alle Parameter größer als Null sind.



$y = -ax^4 + bx^2 - c$

$y = -ax^5 + bx^3 + cx^2 + d$

$y = Ax^r$

$y = (\ln(x))^2$

[77] **WS07, M1**
Bestimmen Sie die Gleichgewichtsmenge Q^* für das folgende Angebot-/Nachfragemodell:

$$D = 200 - 3P \qquad S = 25 + 5P$$

$Q^* =$ $\boxed{}$

---

[78] **WS07, M1**
DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a) Wenn nichts anderes gesagt ist, ist der Definitionsbereich einer reellwertigen Funktion einer reellen Variablen immer ganz $\mathbb{R}$. ( )

b) In der Regel stimmen der Definitionsbereich und der Wertebereich einer reellwertigen Funktion einer reellen Variablen überein. ( )

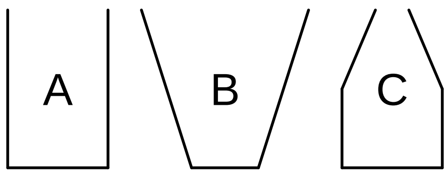
c) Nicht jede monoton wachsende Funktion ist auch strikt monoton wachsend. ( )

d) Die Funktion $f(x) = c$ für eine Konstante c ist laut Definition in der Vorlesung sowohl monoton wachsend als auch monoton fallend. ( )

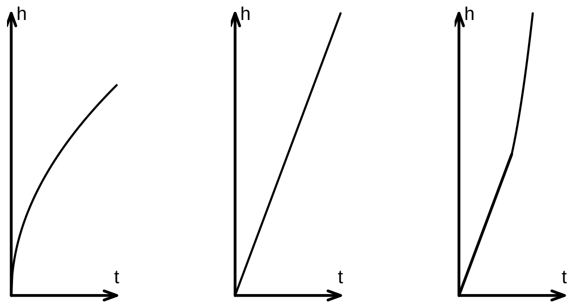
e) Falls für eine streng monoton fallende Funktion $f(0) = 0$ gilt, so folgt $f(x) < 0$ für alle $x > 0$. ( )

---

[79] **WS07, K1**
Gegeben seien drei leere Gefäße A, B und C.



Jedes Gefäß werde nun kontinuierlich mit Wasser gefüllt. Die Zuströmgeschwindigkeit des Wassers sei stets konstant. Der Füllvorgang beginne stets bei einer Füllhöhe $h = 0$ zur Zeit $t = 0$. Zu jedem Zeitpunkt $t \geq 0$ ergibt sich somit genau eine Füllhöhe h, d.h. die Füllhöhe h ist eine Funktion $h(t)$ der Zeit t. Bestimmen Sie welche Graphen der Füllhöhen zu welchem Gefäß gehören. Schreiben Sie A, B und C in das jeweilig richtige Kästchen.



---

[80] **WS07, K1**
Die Kaninchenpopulation des Landes Mathemania wächst jährlich mit einer Rate von 6%. Nach wie vielen Jahren hat sich die Anzahl der Kaninchen verdoppelt? **vRunden Sie ihr Ergebnis auf drei Stellen nach dem Dezimalpunkt!**

Anzahl der Jahre =

---

[81] **WS07K2**
Führen Sie folgende Polynomdivision durch:

$$(x^3 + x^2 - 24x + 36) : (x - 2) =$$

---

[82] **WS07K2**
DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an. Betrachten Sie eine quadratische Funktion $y = ax^2 + bx + c$, wobei $a \neq 0$ ist.

a) Der Graph einer quadratischen Funktion ist eine Parabel, die für $a > 0$ nach oben und für $a < 0$ nach unten geöffnet ist. ( )

b) Für $a > 0$ hat die quadratische Funktion ein Minimum. ( )

c) Hat eine quadratische Funktion ein Maximum an der Stelle $x = x_0$, so ist ihr Graph symmetrisch zur Geraden $x = x_0$. ( )

d) Eine quadratische Funktion schneidet die x-Achse immer in zwei Punkten. ( )

e) Eine quadratische Funktion muss keinen Schnittpunkt mit der y-Achse haben. ( )

---

[83] **WS07K2**
DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a) Der Graph einer Potenzfunktion $y = Ax^r$ ($x \geq 0, A$ eine beliebige Konstante) ist für $r > 0$ immer monoton wachsend. ( )

b) Der Graph einer Potenzfunktion $y = x^r$ ($x > 0$) ist für $r < 0$ monoton fallend. ( )

c) $y = e^x$ ist eine monoton steigende Potenzfunktion. ( )

d) Die Funktionen $y = e^x$ und $y = \ln x$ sind jeweils monoton steigend. ( )

e) Die Funktion $y = e^x$ ist für alle $x \in \mathbb{R}$ definiert, während die Funktion $y = \ln x$ nur für $x > 0$ definiert ist. ( )

---

[84] **IV07M1**
Bestimmen Sie den Definitionsbereich D der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{1}{\ln(x-5)} \qquad \Rightarrow \qquad D = \boxed{}$$

---

[85] **IV07M1**
Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel $y = ax^2+bx+c$, die durch die drei Punkte $(0, 0)$, $(2, 4)$ und $(-1, 1)$ verläuft. (**Hinweis:** Bestimmen Sie a, b und c.)

$$a = \boxed{} \qquad b = \boxed{} \qquad c = \boxed{}$$

---

[86] **IV07M1**

Bestimmen Sie jeweils alle x-Werte, die die folgenden Gleichungen erfüllen:

a) $4^{x^2-2x-1} = 16 \quad \Longleftrightarrow \quad x =$ $\boxed{}$

b) $8^x 4^x = 32 \quad \Longleftrightarrow \quad x =$ $\boxed{}$

---

[87] **SS07K1**

DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a) Liegen die Punkte $(0,0)$ und $(1,0)$ auf einer Geraden, so ist die Steigung dieser Geraden gleich 1. ( )

b) Der Graph einer linearen univariaten Funktion ist eine Gerade. ( )

c) Die Gleichung einer Geraden durch den Ursprung ist eindeutig bestimmt, wenn ein weiterer Punkt auf der Geraden bekannt ist. ( )

d) Der Graph einer reellwertigen Funktion einer reellen Variablen ist eine Teilmenge des $\mathbb{R}^2$. ( )

e) Der in d) erwähnte Graph ist immer eine zusammenhängende Menge. ( )

---

[88] **SS07K1**

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf.

$\ln(x^2 - 4x + 5) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad x =$ $\boxed{}$

---

[89] **SS07K1**

Die Produktion einer Firma weist eine lineare Kostenfunktion $C(x)$ auf. Dabei verursachen 5 Einheiten des produzierten Gutes 6 Euro Kosten, während 25 Einheiten in der Produktion 25 Euro kosten. Geben Sie die Kostenfunktion $C(x)$ an.

$C(x) =$ $\boxed{}$

---

[90] **SS07K2**
Berechnen Sie den folgenden Quotienten entweder durch Polynomdivision oder indem Sie sich an Newtons Binomische Formeln und an das Pascal'sche Dreieck erinnern.

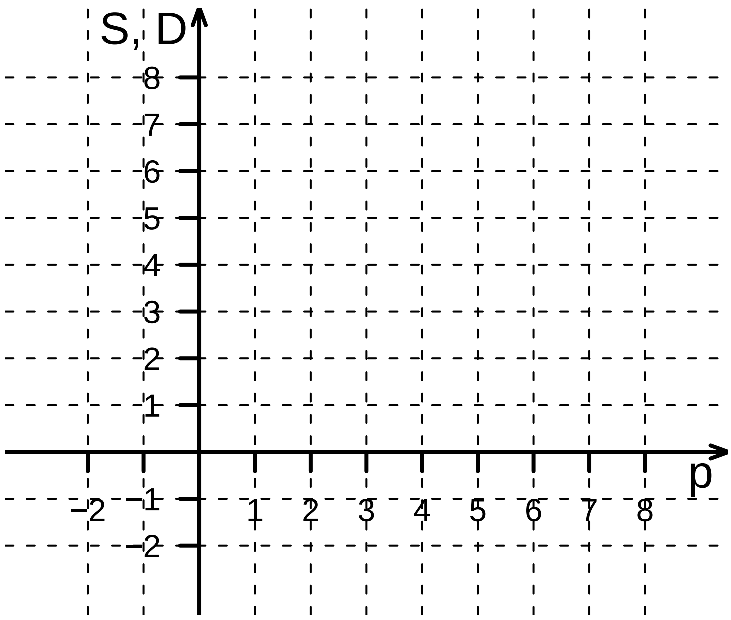
$$(a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4) : (a^2 + 2ab + b^2) =$$

---

[91] **SS07K2**
Gegeben sei ein Markt mit folgenden Angebots- und Nachfragefunktionen

$$S = p - 2 \quad \text{und} \quad D = -\frac{4}{3}p + 12$$

Lösen Sie das Gleichgewichtsproblem graphisch und geben Sie die Koordinaten des Gleichgewichtspunktes in dem Koordinatensystem an.



---

[92] **SS07K2**
Ein Unternehmen besitzt eine quadratische Gewinnfunktion $\pi(x) = ax^2 + bx + c$, wobei x die Menge der produzierten Gütereinheiten angibt. Der maximale Gewinn wird bei 8 produzierten Gütereinheiten erzielt. Wird nur eine Einheit produziert, wird ein Gewinn von 0 Euro erzielt. Wird gar nichts produziert, entstehen dem Unternehmen dennoch Kosten von 15 Euro. Geben Sie die Gewinnfunktion $\pi(x)$ explizit an, d.h. bestimmen Sie alle Koeffizienten a, b und c.

$\pi(x) =$

---

[93] **SS07M1**

DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a) Der Graph eines Polynoms n-ten Grades hat höchstens n Schnittpunkte mit der x-Achse. ( )

b) Der Graph eines Polynoms n-ten Grades hat immer genau einen Schnittpunkt mit der $\boldsymbol{y}$**-Achse**. ( )

c) Ist a eine Nullstelle eines Polynoms $P(x)$, so ist $P(x)$ durch $x - a$ teilbar. ( )

d) Falls alle Koeffizienten eines Polynoms $a_n x_n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x_1 + a_0$ ganze Zahlen sind, so ist jede ganzzahlige Nullstelle ein Faktor von $\boldsymbol{a_n}$. ( )

e) Ist der Grad des Polynoms $Q(x)$ kleiner als der des Polynoms $P(x)$, so ist $P(x)$ ohne Rest durch $Q(x)$ teilbar. ( )

---

[94] **SS07M1**

Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck so weit wie möglich:

$$\ln\left(e^{\ln(2x+1)} - 2x\right) = \boxed{}$$

---

[95] **SS07M1**

Die kubische Funktion $P(x) = x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ habe die Nullstellen $-3, 0$ und 2. Bestimmen Sie alle Koeffizienten des Polynoms und geben Sie dann die Gleichung für $P(x)$ an. **Hinweis:** Das Polynom $P(x)$ hat den Faktor $x - a$ genau dann, wenn $P(a) = 0$.

$$P(x) = \boxed{}$$

---

[96] **WS08K1**

Lösen Sie die Gleichung

$$4^x - 4^{x-1} = 2^{x+1} - 2^x$$

nach x auf. Geben Sie **eine Dezimalzahl mit drei Stellen nach dem Dezimalpunkt an!**

$$x = \boxed{}$$

---

[97] **WS08K1**
Geben Sie die **Steigung** a der Geraden an, die durch die Punkte $(-4, -1)$ und $(-6, 9)$ geht.

$a =$ $\boxed{}$

---

[98] **WS08K1**
DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a) Der Wertebereich einer Funktion ist stets eine Teilmenge des Definitionsbereiches. ( )

b) Zu jeder Zahl y aus dem Wertebereich einer reellwertigen Funktion f einer Variablen gibt es genau ein x aus dem Definitionsbereich von f mit $f(x) = y$. ( )

c) Eine lineare Funktion $y = ax + b$ mit Konstanten a und b ist stets für alle $x \in \mathbb{R}$ definiert. ( )

d) Der Wertebereich der für alle $x \in \mathbb{R}$ definierten linearen Funktion $y = 2x + 3$ ist $\mathbb{R}$. ( )

e) Der Wertebereich einer quadratischen Funktion $y = ax^2 + bx + c$ mit $a \neq 0$ ist stets eine echte Teilmenge von $\mathbb{R}$. ( )

---

[99] **WS08M1**
Bestimmen Sie den Definitionsbereich D der folgenden Funktionen:

a) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{(3+x)(5-x)}}$ $D_f =$ $\boxed{}$

b) $g(x) = \ln(\exp(x) - 1)$ $D_g =$ $\boxed{}$

---

[100] **WS08M1**
Die lineare Nachfrage- bzw. Angebotsfunktion seien für den Preis P gegeben durch

$$Q_N = 35 - 3P \qquad Q_A = 20 + 2P$$

Bestimmen Sie (P_0, Q_0), d.h. den Preis und die Menge im Gleichgewicht.

$(P_0, Q_0) =$ $\boxed{}$

---

[101] **WS08M1**
Für welche reellen Zahlen a hat die quadratische Funktion

$$f(x) = 3x^2 + 6x + a$$

(a) ... genau eine Nullstelle? a $\boxed{}$

(b) ... zwei Nullstellen? a $\boxed{}$

(c) ... keine Nullstellen? a $\boxed{}$

Hinweis: Geben Sie den oder die Werte von a bzw. die entsprechenden Intervalle für a an!

---

[102] **WS08K2**
Bestimmen Sie den Definitionsbereich folgender Funktionen:

$$f(x) = \frac{\sqrt{-2x-4}}{(x^2+1)(x^2-4)} \quad \Rightarrow$$ Definitionsbereich: $\boxed{}$

$$g(x) = 5x - \ln\left(\frac{1}{\ln x}\right) \quad \Rightarrow$$ Definitionsbereich: $\boxed{}$

---

[103] **WS08K2**
DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a) Eine quadratische Funktion hat höchstens zwei Nullstellen. ( )

b) Eine quadratische Funktion hat immer genau ein Maximum und ein Minimum. ( )

c) Hat eine quadratische Funktion nur eine Nullstelle, so ist diese Nullstelle ein Extrempunkt. ( )

d) Der Graph einer quadratischen Funktion ist stets symmetrisch. ( )

e) Eine quadratische Funktion kann immer auch in der Gestalt $(x - x_1)(x - x_2)$ geschrieben werden, wobei $x_{1,2}$ die Nullstellen der Funktion sind. ( )

---

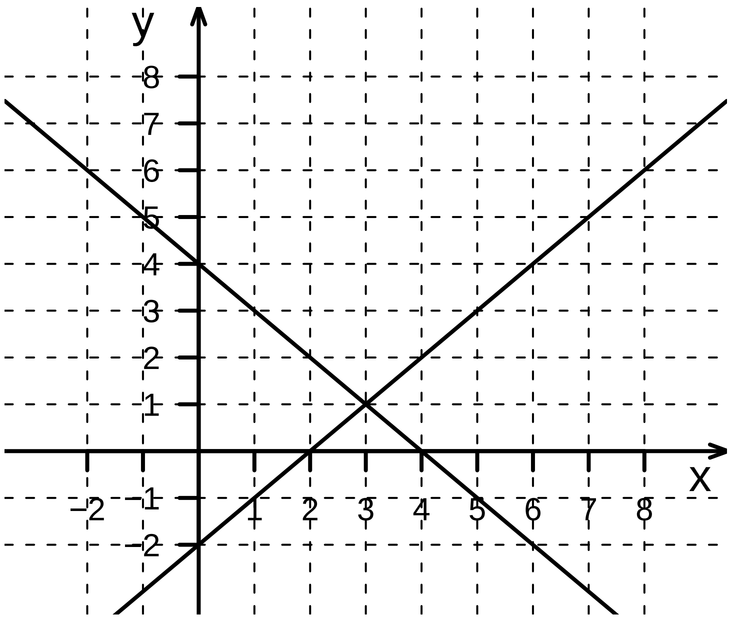
[104] **SS08K1**
DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an.

a)	Definitionsbereich und Wertebereich einer Funktion $y = f(x)$ einer reellwertigen Variablen x sind immer gleich $\mathbb{R}$.	( )
b)	Eine Funktion kann auch dann noch monoton wachsend sein, wenn sie in einem Teilintervall $[a, b]$ des Definitionsbereichs konstant ist.	( )
c)	Ist eine Funktion $y = f(x)$ streng monoton wachsend, so gibt es zu jedem y_0 aus dem Wertebereich von f genau ein x_0 aus dem Definitionsbereich von f mit $y_0 = f(x_0)$.	( )
d)	Der Graph einer quadratischen Funktion kann keinen, einen oder zwei Schnittpunkte mit einer waagerechten Geraden haben.	( )
e)	Der Graph einer quadratischen Funktion schneidet immer die x-Achse.	( )

---

[105] **SS08K1**
Die folgende Graphik zeigt die beiden Geraden $y = x - 2$ und $y = -x + 4$. Skizzieren Sie den Bereich, in dem gilt

$$y + x \geq 4 \qquad \text{und} \qquad y - x \leq -2$$



---

[106] **SS08K1**
Geben Sie die Gleichung der Geraden an, die die Steigung 3 besitzt und durch den Punkt $(13, 5)$ geht.

$y = ax + b =$ $\boxed{}$

---

[107] **SS08K2**
DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie sie an. Betrachten Sie zwei lineare Gleichungen mit zwei Variablen x und y.

a) Die Graphen der beiden linearen Gleichungen können als Geraden in der Ebene dargestellt werden. ( )

b) Haben die beiden in a) erwähnten Geraden einen Schnittpunkt, so besitzt das Gleichungssystem genau eine Lösung. ( )

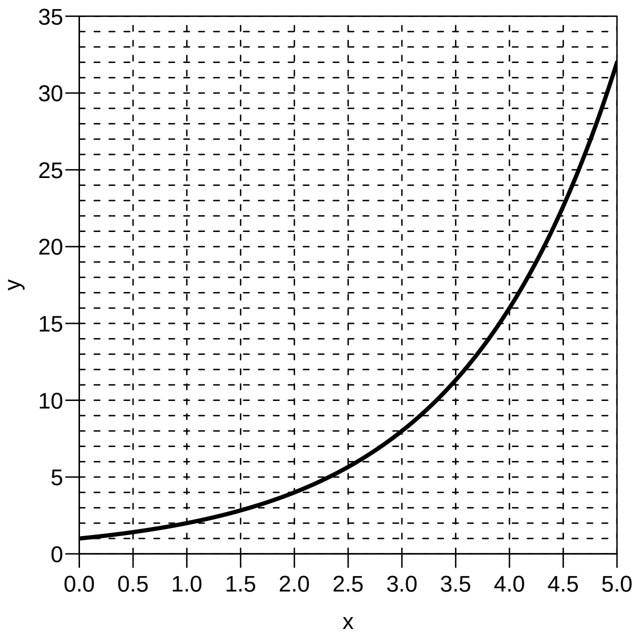
c) Das Gleichungssystem kann auch genau zwei Lösungen haben. ( )

d) Verlaufen die beiden in a) erwähnten Geraden parallel, so gibt es keine Lösung, es sei denn die beiden Geraden fallen zusammen. ( )

e) Die beiden in a) erwähnten Geraden können sich nur dann schneiden, wenn die beiden Steigungen entgegengesetztes Vorzeichen haben. ( )

---

[108] **SS08K2**
Die folgende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion $y = 2^x$. Bestimmen Sie auf graphische Weise den Logarithmus von 10 zur Basis 2, d.h. $\log_2(10)$.
Zeichnen Sie zwei geeignete Geraden ein, so dass man den Logarithmus von 10 zur Basis 2 ablesen kann.



---

[109] **SS08K2**
Die Funktion

$$f(x) = \frac{-34x^3 + 136x}{x+2}$$

stimmt für $x \neq -2$ mit einer quadratischen Funktion $g(x) = ax^2 + b$ überein.
Bestimmen Sie $g(x)$, indem Sie eine Polynomdivision durchführen.

$g(x) =$

[110] **SS08M1**
Bestimmen Sie jeweils die Gleichung der Geraden, wenn

a) die beiden Punkte $(3, 10)$ und $(5, 14)$ auf der Geraden gegeben sind.

Geradengleichung:

b) die beiden Punkte $(3, 8)$ und $(3, 12)$ auf der Geraden gegeben sind.

Geradengleichung:

---

[111] **WS09K1**
Bestimmen Sie den Definitionsbereich D_f und den Wertebereich R_f der Funktion

$$y = f(x) = e^{\sqrt{x}} \cdot \ln(x + 1)$$

Definitionsbereich $D_f =$ $\{x : \qquad \}$

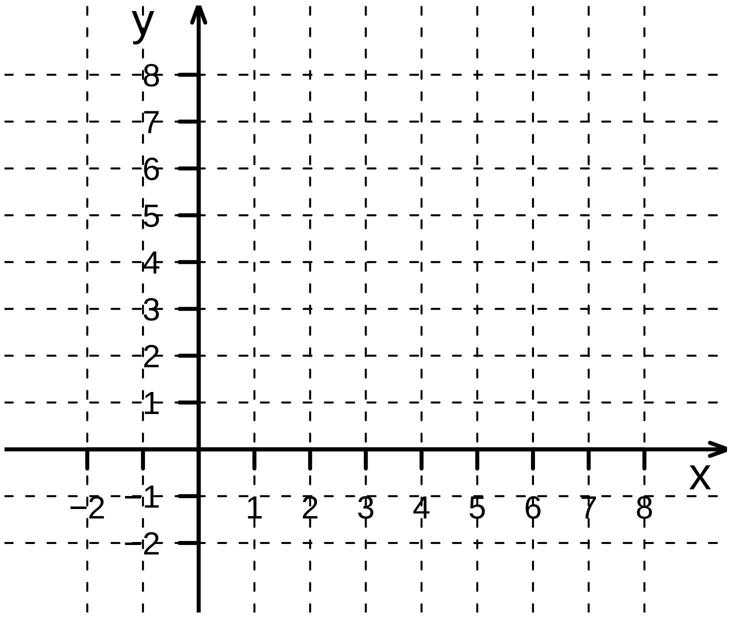
Wertebereich $R_f =$ $\{y : \qquad \}$

---

[112] **WS09K1**
Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + y &= 4 \\ x - y &= 2 \end{aligned}$$

auf graphische Weise, indem Sie das unten gegebene Koordinatensystem verwenden.



---

[113] **WS09K2**
Schreiben Sie die quadratische Funktion $y = 3x^2 - 15x + 18$ in der Form $a(x - x_1)(x - x_2)$.

$a(x - x_1)(x - x_2) =$

---

[114] **WS09K2**
Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden durch die beiden Punkte $(x_1, y_1) = (4, 2)$ und $(x_2, y_2) = (6, -1)$. Geben Sie die Gleichung in der Form $y = ax + b$ an.

$y =$

---

[115] **WS09K2**

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke, **ohne einen Taschenrechner** zu verwenden.

$5^{3\log_5(2)} = \boxed{}$ $\quad \log_3(81) = \boxed{}$ $\quad \log_2(2^3 \cdot 2^4) = \boxed{}$

---

[116] **SS09K2**

Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden durch die Punkte $(4, 3)$ und $(8, 1)$.

Schreiben Sie die Gleichung in der Form $y = ax + b$.

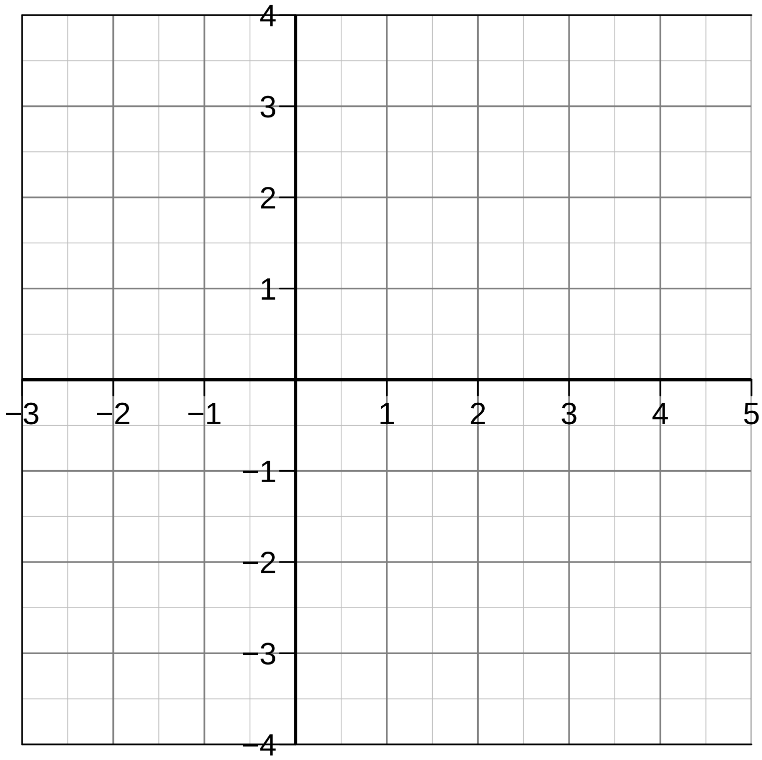
$$y = ax + b = \boxed{}$$

---

[117] **SS09K2**
Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x - y &= 1 \\ x + 2y &= 4 \end{aligned}$$

auf graphische Weise. Verwenden Sie dabei das folgende Koordinatensystem.



---

[118] **WS10K2**
Bestimmen Sie den Wertebereich R_f der durch

$$f(x) = 3 \cdot e^{x^2} - 1$$

definierten Funktion f.

$R_f =$ $\boxed{}$

---

[119] **SS09K2** Die folgenden Aussagen befassen sich mit *Geraden*.

a) Die Gleichung einer Geraden ist eindeutig bestimmt, wenn zwei verschiedene Punkte auf der Geraden gegeben sind.

b) Zwei verschiedene Geraden können sich nur dann schneiden, wenn ihre Steigungen verschieden sind.

c) Die Gerade $y = ax + b$ geht genau dann durch den Ursprung $(0, 0)$, wenn $a = 0$ ist.

d) Zwei Geraden, die nicht zusammen fallen, haben genau einen Punkt gemeinsam.

e) Die Gerade $y = ax + b$ schneidet die x-Achse an der Stelle $x = -b/a$.

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

a,b,c	a,b,e	a,d,e	b,d,e	c,d,e
( )	( )	( )	( )	( )

---

[120] **SS09K1**
Im Göttinger Tageblatt war am 22.04.2008 zu lesen, dass der Umsatz eines Unternehmens sich in den letzten 10 Jahren verdoppelt habe.

Berechnen Sie das durchschnittliche Wachstum des Unternehmens in den letzten 10 Jahren in Prozent, d.h. nehmen Sie an, dass der Umsatz in den letzten 10 Jahren jährlich jeweils um $p\%$ gewachsen ist.

Berechnen Sie p mit einer **Stelle nach dem Dezimalpunkt**.

$p =$ $\boxed{\qquad\qquad\qquad \%\quad}$

---

[121] **SS09K1**
Bestimmen Sie alle **ganzzahligen** Lösungen der Gleichung

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$$

Ganzzahlige Lösungen: $\boxed{}$

---

[122] **WS10K1**
Bestimmen Sie den Definitionsbereich D_f der Funktion

$$y = f(x) = \sqrt{\ln(x) - 1}$$

$D_f = \boxed{}$

---

[123] **X09M1** Die folgenden Aussagen befassen sich mit dem Begriff der *Funktion einer Variablen.*

a) Bei einer Funktion $y = f(x)$ bezeichnet man x als abhängige Variable und y als unabhängige Variable.

b) In den Wirtschaftswissenschaften spricht man bei einer Funktion $y = f(x)$ von der exogenen Variablen x und der endogenen Variablen y.

c) Wenn eine Funktion durch eine algebraische Formel definiert ist, so besteht der Definitionsbereich aus allen Werten der unabhängigen Variablen, für die die Formel einen eindeutigen Wert ergibt, wenn kein anderer Definitionsbereich explizit angegeben ist.

d) Der Graph einer Funktion f ist die Menge aller Punkte $(x, f(x))$, wobei x Element des Definitionsbereiches sein muss.

e) Jede senkrechte Gerade verläuft parallel zur y-Achse und schneidet die x-Achse in einem Punkt $(0, c)$. Jeder Punkt auf der Geraden hat dieselbe y-Koordinate c.

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

a,b,c	b,c,d	b,c,e	b,d,e	c,d,e
( )	( )	( )	( )	( )

---

[124] **WS10K1**
Bestimmen Sie den Definitionsbereich D_f der Funktion

$$y = f(x) = \sqrt{\ln(x) - 1}$$

$$D_f = \boxed{}$$

---

[125] **WS10K1**
Eine Gerade habe die Steigung 3 und gehe durch den Punkt $(2, 2)$. Bestimmen Sie den y-Achsenabschnitt b.

$b =$ $\boxed{}$

---

[126] **WS10K2** Die folgenden Aussagen befassen sich mit *quadratischen Funktionen.*

a) Eine quadratische Funktion hat immer zwei Nullstellen.

b) Eine quadratische Funktion $y = ax^2 + bx + c$ hat ein Maximum, wenn $a > 0$.

c) Eine quadratische Funktion $y = ax^2 + bx + c$ ist nach unten geöffnet, wenn $a < 0$.

d) Hat eine quadratische Funktion $y = x^2 + bx + c$ die beiden Nullstellen x_1 und x_2, so gilt $y = (x - x_1)(x - x_2)$.

e) Eine quadratische Funktion $y = ax^2 + bx + c$ verläuft dann und nur dann durch den Ursprung $(0, 0)$, wenn $c = 0$.

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

a,c,d	b,c,d	b,c,e	b,d,e	c,d,e
( )	( )	( )	( )	( )

---

[127] **WS10K2**
Bestimmen Sie den Wertebereich R_f der durch

$$f(x) = 3 \cdot e^{x^2} - 1$$

definierten Funktion f.

$$R_f = \boxed{}$$

---

[128] **WS10K2**
Der Graph einer quadratischen Funktion

$$y = x^2 + bx + c$$

schneidet die y-Achse an der Stelle $y = 4$ und hat eine Nullstelle an der Stelle $x = -2$. Bestimmen Sie die Konstanten b und c.

$$b = \boxed{} \qquad c = \boxed{}$$

---

[129] **WS10K2**
Für die kubische Funktion

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

gilt $f(-1) = -1 - 3 + 4 = 0$. Die Funktion hat noch eine weitere Nullstelle. Bestimmen Sie diese.

Weitere Nullstelle: $\boxed{}$

[130] **SS10,K1**
Führen Sie die folgende Polynomdivision durch

$$(x^3 - 7x^2 + 15x - 9) \div (x - 1)$$

$(x^3 - 7x^2 + 15x - 9) \div (x - 1) =$ $\boxed{}$

---

[131] **SS10,K1**
Für eine allgemeine Exponentialfunktion $f(x) = Aa^x$ gelte

$$f(0) = 10 \qquad f(1) = 30$$

Berechnen Sie $f(4)$.

$f(4) =$ $\boxed{}$

---

[132] **SS10,K1**
Lösen Sie die Gleichung

$$\ln x + \ln x^2 = 5$$

nach x auf.

$x =$ $\boxed{}$

---

[133] **SS10,K2**
Bestimmen Sie den Minimal**wert**, d.h. den Funktionswert $y = f(x)$ an der Stelle des Minimums der quadratischen Funktion

$$y = f(x) = x^2 + x + 3/4$$

Minimalwert: $\boxed{}$

---

[134] **SS10,K2**
Lösen Sie die Gleichung

$$2^x 3^{x+1} = 12$$

nach x auf.

$x =$ $\boxed{}$

---

[135] **SS10,K2** Die folgenden Aussagen befassen sich mit der *natürlichen Logarithmusfunktion.*

a) $\ln x$ ist für $x \geq 0$ definiert.

b) Es gilt: $e^{\ln x} = 3 \iff x = 3$

c) Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $e^{\ln x} = x$

d) $\ln e^3 = 3 \cdot \ln e = 3$

e) Die natürliche Logarithmusfunktion $y = \ln x$ ist in ihrem gesamten Definitionsbereich streng monoton steigend.

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

a,b,e	a,c,d	a,c,e	b,c,d	b,d,e
( )	( )	( )	( )	( )

---

[136] **WS11,K1**

Bestimmen Sie den Definitionsbereich der Funktion $f(x) = \sqrt{x-3} + \dfrac{1}{x^2-4}$.

$D =$ $\boxed{}$

---

[137] **WS11,K1**

Bestimmen Sie alle ganzzahligen Lösungen der kubischen Gleichung

$$2x^3 + 3x^2 - 3x - 2 = 0$$

Ganzzahlige Lösungen: $\boxed{}$

---

[138] **WS11,K1**

Für welche(s) x gilt

$$\frac{e^{x+1}\ln(x+2)}{x^2+4} = 0 \ ?$$

$x =$ $\boxed{}$

---

[139] **WS11,K2** Die folgenden Aussagen befassen sich mit *quadratischen Funktionen.*

a) Der Graph der Funktion $y = 3x^2 + 2x + 7$ ist nach oben geöffnet.

b) Der Graph der Funktion $y = x^2 + 2x + 5$ hat keine Nullstellen.

c) Der Minimalwert der Funktion $y = x^2 + 2x + 5$ ist $y_{min} = 4$.

d) Eine quadratische Funktion hat entweder zwei verschiedene oder überhaupt keine Nullstellen.

e) Hat eine nach unten geöffnete Parabel zwei Nullstellen, so sind alle Funktionswerte zwischen den beiden Nullstellen kleiner als Null.

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

a,b,c	a,b,d	a,d,e	b,c,e	c,d,e
( )	( )	( )	( )	( )

---

[140] **WS11,K2**
Die kubische Funktion $P(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$ hat die Nullstellen $x_1 = 1$ und $x_2 = -1$. Bestimmen Sie die dritte Nullstelle x_3.

Dritte Nullstelle $x_3 =$ $\boxed{}$

---

[141] **WS11,K2**
Bestimmen Sie den Defintionsbereich D_f und den Wertebereich R_f der Funktion

$$f(x) = \ln(e^x) - e^{\ln x}$$

$D_f =$ $\boxed{}$ $R_f =$ $\boxed{}$

---

[142] **SS11,K1**
Nehmen Sie an, dass Sie am Anfang eines Jahres ein Sparkonto mit 1 000 Euro eröffnet haben. Der Zinssatz beträgt 3%, wobei die Zinsen am Ende des Jahres gutgeschrieben werden. Sie schauen nur am Ende des Jahres auf dieses Sparkonto.

Nach wie vielen **ganzen Jahren** sind erstmals mehr als 2 000 Euro auf dem Konto?

Anzahl der Jahre $\boxed{}$

---

[143] **SS11,K1**
Das Polynom $P(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$ hat außer den Nullstellen $x_{1,2} = \pm 1$ noch zwei weitere **ganzzahlige** Nullstellen. Bestimmen Sie diese weiteren Nullstellen.

Weitere Nullstellen: $\boxed{}$

---

[144] **SS11,K1**
Lösen Sie die Gleichung $e^{x^2-6x+9} = 1$.

$x = \boxed{}$

---

[145] **SS11,K2** Die folgenden Aussagen befassen sich mit *Potenzfunktionen.*

a) Für alle $r \in \mathbb{R}$ verläuft der Graph der Potenzfunktion $y = x^r$ durch den Punkt $(1, 1)$.

b) Unabhängig von r ist die Potenzfunktion $y = x^r$ für alle $x \geq 0$ definiert.

c) Für $r_1 > r_2 > 1$ gilt $x^{r_1} \geq x^{r_2}$ für alle $x \geq 0$.

d) Für $r < 0$ wird der Graph der Potenzfunktion $y = x^r$ als Hyperbel bezeichnet.

e) Für $r > 0$ ist die Potenzfunktion $y = x^r$ streng monoton wachsend auf $[0, \infty)$.

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

a,b,c	a,b,d	a,d,e	b,c,e	c,d,e
( )	( )	( )	( )	( )

---

[146] **SS11,K2**
Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden durch den Punkt $(2, 1)$ mit der Steigung -2.
Geben Sie die Gleichung in der Form $y = ax + b$ an.

$y = ax + b =$ $\boxed{}$

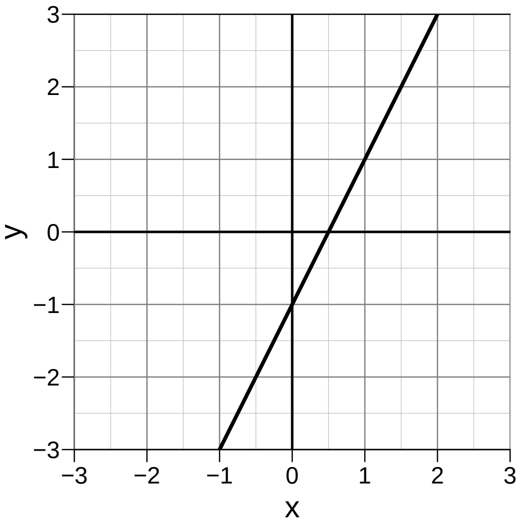
---

[147] **SS11,K2**
Bestimmen Sie den Scheitelpunkt $P = (x_0, y_0 = f(x_0))$ der quadratischen Funktion $f(x) = 2x^2 - 10x + 12$.

$P = (x_0, y_0) =$ $\boxed{}$

---

[148] **WS11,K1**
Bestimmen Sie die Gleichung der in der folgenden Abbildung dargestellten Geraden.



Geben Sie die Gleichung der Geraden in der Form $y = ax + b$ an.

$y = ax + b =$ $\boxed{}$

---

[149] **WS11,K1**
Für welches x gilt $\ln(x^3 - 7) = 0$?

$x =$ $\boxed{}$

---

[150] **WS11,K1**

An welchen Stellen x_1 und x_2 schneidet die Gerade $y = -2x + 3$ die Normalparabel $y = x^2$?

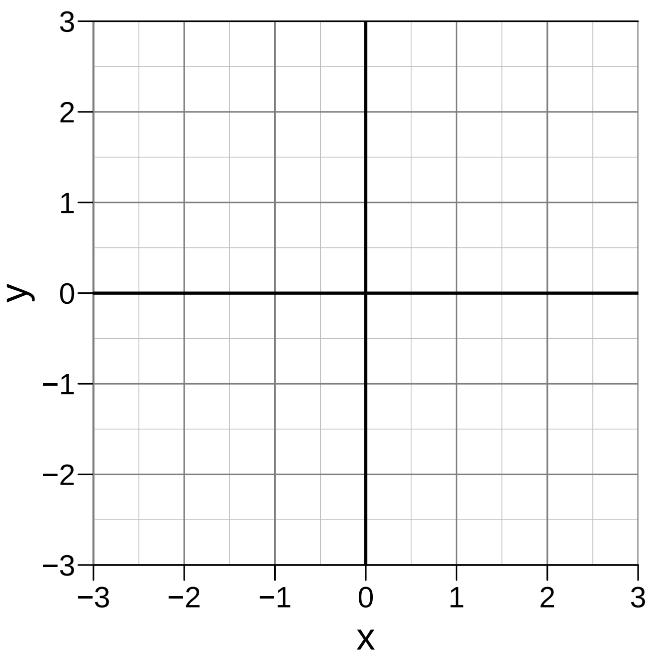
$x_1 =$ $\qquad$ $x_2 =$

---

[151] **WS11,K2**

Bestimmen Sie auf grafische Weise die Lösung des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} 2x + y &= 1 \\ x - y &= 2 \end{aligned}$$



---

[152] **WS11,K2** Die folgenden Aussagen befassen sich mit *Potenzfunktionen*.

a) Die Potenzfunktion $y = x^4$ ist ein Spezialfall eines Polynoms vierten Grades.

b) Für alle $r > 0$ ist der Graph der Potenzfunktion $y = x^r\,;\ x > 0$ konvex.

c) Der Graph einer Potenzfunktion $y = x^r\,; x > 0$ verläuft stets durch den Punkt $(1, 1)$.

d) Die Potenzfunktion $y = Ax^r\,;\ x > 0$ ist für alle Werte der Konstanten A streng monoton steigend.

e) Der Graph der Potenzfunktion $y = x^{-1} = 1/x$ entspricht der rechten Hälfte einer Hyperbel.

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

a,b,e	a,c,d	a,c,e	b,c,d	b,d,e
( )	( )	( )	( )	( )

---

[153] **WS11,K2**
Für welches $x > 0$ hat die Potenzfunktion $y = x^r$ mit $r = 3$ den Wert $y = 64$?

$x =$ $\boxed{}$

---

[154] **SS12,K1**
Gegeben sei eine Gerade durch die Punkte $(0, 4)$ und $(1, 2)$. Bestimmen Sie den x-Achsenabschnitt dieser Geraden, d.h. bestimmen Sie die Koordinate x_0, an der die Gerade die x-Achse schneidet.

$x_0 =$ $\boxed{}$

---

[155] **SS12,K1**
Für welches x gilt

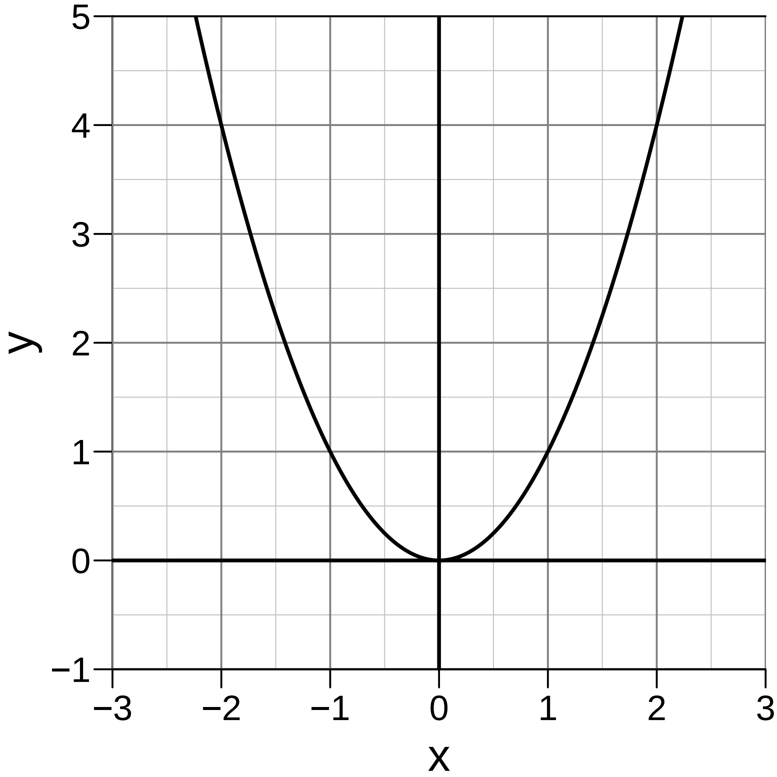
$$e^{x^2-6x+9} = 1 \ ?$$

$x =$ $\boxed{}$

---

[156] **SS12,K1**
Bestimmen Sie auf grafische Weise die Lösungen der Gleichung $x^2 - x - 2 = 0$. Die folgende Grafik zeigt den Graphen der Normalparabel $y = x^2$.

Zeichnen Sie eine geeignete Gerade in die Grafik ein und kennzeichnen Sie dann die Lösungspunkte.

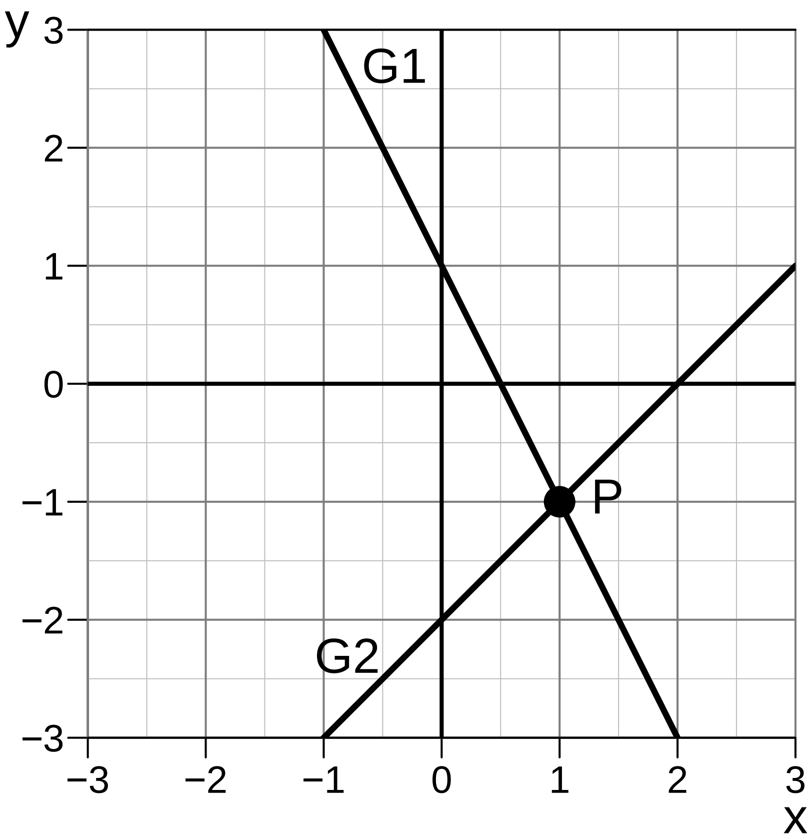


[157] **SS12,K2**
Betrachten Sie die Exponentialfunktion $f(x) = a^x$ mit $a > 0$. Bestimmen Sie $f(5)$, wenn $f(3) = 8$ gilt.

$f(5) = \boxed{}$

---

[158] **SS12,K2** Die folgenden Aussagen befassen sich mit den in der folgenden Abbildung dargestellten *Geraden*.



a) Die Gleichung der Geraden $G2$ ist $y = -2x + 1$.

b) Die Gleichung der Geraden $G2$ ist durch den y-Achsenabschnitt -2 und den x-Achsenabschnitt 2 eindeutig bestimmt.

c) Der Punkt P erfüllt sowohl die Geradengleichung von $G1$ als auch von $G2$.

d) Die Gerade $G1$ hat die Steigung 2.

e) Liegt (x, y) unterhalb der Geraden $G1$, so gilt $y < -2x + 1$.

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

a,b,c	a,b,d	a,d,e	b,c,e	c,d,e
( )	( )	( )	( )	( )

[159] **SS12,K2**
Für welches $x > 0$ ist die folgende Gleichung erfüllt?

$$\ln(a^2x^3) - 2\ln(ax) = \ln 2$$

Dabei ist $a > 0$ und $x > 0$.

$x = \boxed{}$

---

[160] **WS13,K1**
Schreiben Sie den Ausdruck

$$\ln \sqrt[7]{5^3}$$

als Vielfaches von $\ln 5$, d.h. in der Gestalt $c \cdot \ln 5$ für eine geeignete Konstante c.

Hinweis: Schreiben Sie c als vollständig gekürzten Bruch.

$\ln \sqrt[7]{5^3} = \boxed{ \cdot \ln 5}$

---

[161] **WS13,K1**
Für welche Werte von x ist die quadratische Funktion

$$f(x) = x^2 + x - 2$$

negativ, d.h. für welche Werte von x gilt $f(x) = x^2 + x - 2 < 0$?

$f(x) = x^2 + x - 2 < 0 \iff \boxed{}$

---

[162] **WS13,K1**
Bestimmen Sie die Nullstelle x_0 der Funktion

$$f(x) = \ln\left(\sqrt{x-3}\,\right)$$

$x_0 =$ $\boxed{}$

---

[163] **WS13,K2** Die folgenden Aussagen befassen sich mit *Logarithmusfunktionen.*

a) $\log_2 8 = 3$

b) $\log_2 a = 3 \iff 3^2 = a$

c) $\log_2 a = \dfrac{\ln a}{\ln 2}$

d) $\log_2 a$ ist für alle $a \geq 0$ definiert.

e) Wenn $b > a$, so ist auch $\log_2 b > \log_2 a$.

Kreuzen Sie jetzt **genau eine** der folgenden fünf Möglichkeiten an:

WAHR sind die folgenden Aussagen:

a,b,e	a,c,d	a,c,e	b,c,d	b,d,e
( )	( )	( )	( )	( )

---

[164] **WS13,K2**
Das Polynom

$$P_4(x) = x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x$$

hat vier verschiedene Nullstellen. Eine davon ist $x_1 = 3$.

Bestimmen Sie die weiteren drei Nullstellen x_2, x_3 und x_4.

$x_2 =$ $\boxed{}$ $x_3 =$ $\boxed{}$ $x_4 =$ $\boxed{}$
